técnica

associação dos estudantes do instituto superior técnico
revista de engenharia
fevereiro 1972
45

HELIAÇO

VARÕES DE AÇO DE ALTA RESISTÊNCIA
PARA BETÃO ARMADO TIPO A. 40
(«Heliaço» e «SNT 40»)

TENSÕES DE SEGURANÇA
Ra = 2400 kg/cm²
e
Ra = 4000 kg/cm² (SISMOS)

Literatura e Tabelas de Cálculo
fornecidas gratuitamente

HELIAÇO, LDA.

R. DE S. JULIÃO, 41, 4.º D. — LISBOA

Tel.: 36 78 17 - 32 37 06 - 36 94 77

MEXIA HEITOR E BRASÃO FARINHA

TABELAS PARA O CÁLCULO DO BETÃO ARMADO

TÉCNICA
revista da associação dos estudantes do Instituto Superior Técnico
LISBOA

materiais novobra
LISBOA · LEIRIA · LAGOA · GUARDA

TUBOS DE BETÃO

NÃO ARMADOS
DE FABRICO INTEIRAMENTE AUTOMÁTICO
STOCK PERMANENTE

LISBOA-5 Av. Est. Unidos da América, 100-5.º Dto.-Tel. 714116/17
LEIRIA Ponte das Mestras - Tel. 2 37 68
LAGOA Estrada do Carmo - Tel. 5 21 94
GUARDA Amiana - Tel. 817

CIMENTO SECIL

SECIL

Fábrica:
Outão — Setúbal
Telef. 228824/5

Escritório:
R. do Comércio, 56-3.º
LISBOA 2
Telef. 328201/2/3

técnica

NÚMERO 415 FEVEREIRO DE 1972 ANO XLVII VOLUME XXXIV PUBLICAÇÃO MENSAL

DIRECTOR
Guilherme Silva Arroz

ADMINISTRADOR
José Toscano

CHEFE DE REDACÇÃO
Francisco Pedroso

SECRETÁRIO
José Sá da Costa

REDACTORES
António Mouraz Miranda, António Vieira Pita, José de Oliveira Paulo, José Xambre Bento, Maria Teresa Lemos, Rogério Pinto

CONSELHO REDACTORIAL
A. Ferreira dos Santos, A. Romão Dias, Aquiles Gomes, Carlos Rosmaninho, Domingos Moura, F. Sousa Marques, H. Nunes Garcia, J. Borges da Silva, J. Brasão Farinha J. P. Figanier, L. Aires-Barros, L. Borges Teixeira

DIRECÇÃO, REDACÇÃO E ADMINISTRAÇÃO
Av. Rovisco Pais, I. S. T. — Lisboa
Telefone 73 15 49

PROPRIETÁRIO E EDITOR
A. E. I. S. T.

★

ASSINATURAS:	5 n.os	10 n.os
Continente e Ilhas	95$00	180$.
Ultramar, Brasil Espanha	100$00	190$.
Estrangeiro	—	200$.
Número avulso ...	—	25$.

Não se publica em Agosto e Setembro

Os artigos assinados são da exclusiva responsabilidade dos autores.

★

COMPOSIÇÃO E IMPRESSÃO NA
MOVIGRÁFICA
R. do Espírito Santo, 19-A Odivelas

SUMÁRIO

237 — J. C. G. CALADO — *Determination of the excess Gibbs function G^E from total vapour pressure measurements*
Determinação da função Gibbs de excesso G^E, a partir de medidas de pressão de vapor total.

241 — F. PERES RODRIGUES — *Anisotropia das rochas endógenas.*
Anisotropy of endogenous rocks.

245 — CARLOS PEREIRA DA COSTA — *Comportamento até à rotura de materiais para modelos sob a acção de solicitações triaxiais.*
Behavious just to rupture of materials for models under triaxial states of tress.

261 — H. L. G. PINA — *Análise elástica de uma placa circular com furo central submetida a uma carga transversal uniforme ao longo de uma circunferência.*
Elastic analysis of a circular plate loades along a circle loq a uniformly distributed transverse load.

269 — HELDER COELHO — *Sobre a construção de um cronómetro digital.*
About the construction of a digital clock.

275 — J. BASILE — *L'enseignement assisté par ordinateurs.*
O ensino auxiliado por computadores.

287 — HELDER COELHO, OLIVÉRIO SOARES e ALMEIDA LOUREIRO — *Da defesa de uma prática cibernética.*
Of the defense of a cybernetics pracdics.

BIBLIOGRAFIA.

CAPA — Pórtico Rolante fornecido pela MAGUE para o Estaleiro Naval da Lisnave na Margueira.

— capacidade máxima de elevação	2 × 150 ton
— elevação auxiliar (guindaste inferior) . . .	20 ton
— vão entre eixos dos carris	125 m
— altura livre sob a viga	65 m

INDICE ALFABÉTICO DOS ANUNCIANTES

	Pág.
Aguiar & Melo, Lda.	XXVI
Argilex	XXV
Cimento Secil	2.ª da capa
Companhia de Cimentos Brancos	VI
Construções Técnicas	XVII
Construções Schréder	XIX
EFACEC	XII
Eficex Kienzle	IV
Electro-Arco, Lda.	XXV
Empresa de Cimentos de Leiria	X
Empresa Electro Cerâmica	XIV
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Lda.	3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos	XI
Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações	XVI
Fanafel	XVI
Fundações Franki, Lda.	I
Guedes & Almeida, Lda.	IV e VIII
Harker Sumner	XXII
Heliaço	2.ª da capa
Johann Keller	VI
J. F. Azevedo e Silva	VII
J. Roma	XX
Jomatel	XIV
Livros Técnicos	V
MAGUE	XIII
Monteiro Gomes	XX
Novobra, Lda.	2.ª da capa
Páginas Amarelas	XXIII
Salvador Caetano	XV
SEPSA	
Siemens	4.ª da capa
Soc. Const., A. L. Simões, S.A.R.L.	XXIV
Sociedade Portuguesa Cavan	XX
S. K. F. Lda.	XXI
SOLIDAL	II
Sondagens e Fundações A. Cavaco	V
Sondagens Ródio, Lda.	VI
Sopecate	XX
Standard Eléctrica	IX
Wild Portugal, Lda.	III

Colaboraram neste número as seguintes Agências de Publicidade:

P. G. SEELOW ASSOCIADOS, LDA., CINEVOZ, PUBLIMAR, SÉRIO MIRA, SONARTE PUBLICIDADE GERAL ARTUR NOGUEIRA VAZ

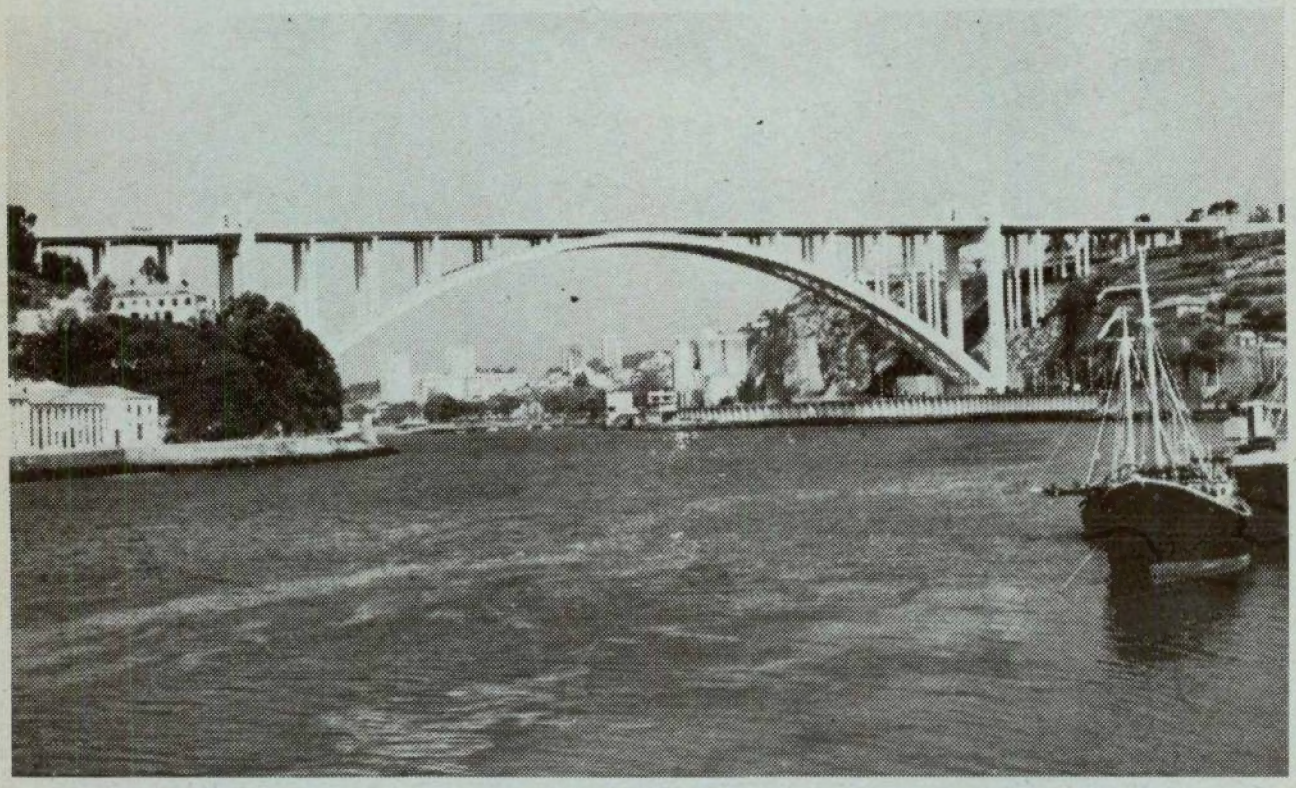
ESCLARECIMENTO

Só agora se publica a Revista de Fevereiro, em consequência da Associação dos Estudantes do Instituto Superior Técnico ter estado encerrada em Maio, Junho e Julho.

Informam-se os assinantes, anunciantes e leitores que não se publicarão as Revistas de Março a Julho, pelo que será lançada em Outubro a revista n.º 416, referente a Outubro de 1972. Será mantida a continuidade da numeração, ficando assim garantido o cumprimento dos compromissos com assinantes e anunciantes.

espiral

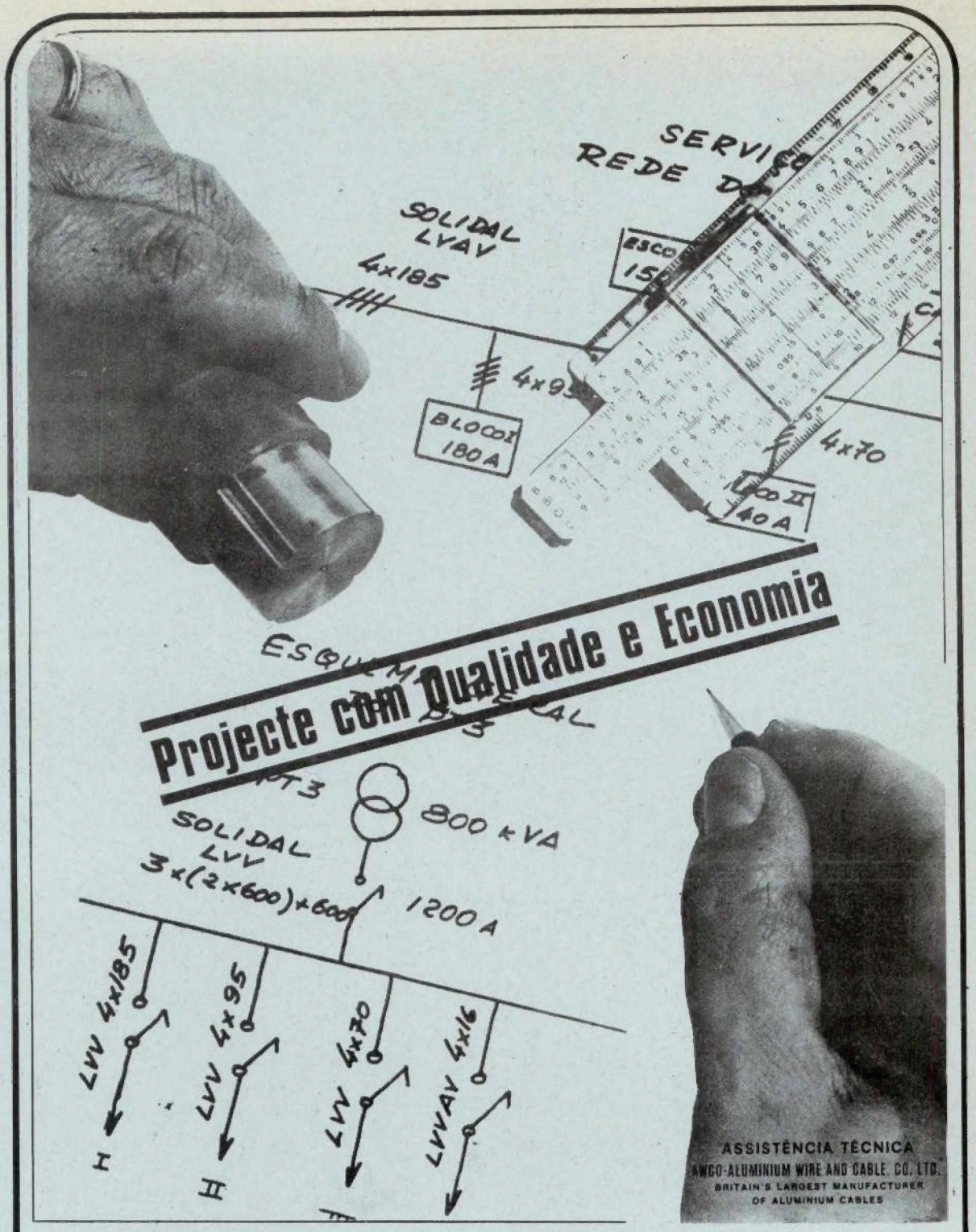
na base da construção moderna: estacas FRANKI, moldadas no solo.



A elevada gama de diâmetros das estacas Franki permite a melhor adaptação a cada problema concreto de fundações, desde a construção mais ligeira até à de grande concentração de cargas muito elevadas. Material permanentemente actualizado e pessoal com especialização constantemente aprofundada garantem a segurança, rapidez e economia das fundações executadas.

FRANKI

Consulte-nos: FUNDAÇÕES FRANKI, LDA. — PORTUGAL



'Solidal' Cabos isolados de alumínio MACIÇO armados e não armados

IMPORTANTE REDUÇÃO DO CUSTO DAS INSTALAÇÕES

- PREÇO COMPETITIVO
- LEVEZA
- FACILIDADE DE LIGAÇÃO E MONTAGEM
- QUALIDADE

SOLIDAL CONDUTORES ELÉCTRICOS

SÉRIO adapt.

SOLIDAL, CONDUTORES ELÉCTRICOS, S. A. R. L. — LISBOA — PORTO — ESPOSENDE (FÁBRICA)

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 32 73 77 — Lisboa

No Norte: **SCIAL** — R. António Feliciano de Castilho, 1126 — Telef. 97 09 32 — Areosa — Porto

SONDAGENS RODIO, LD.

R. S. Bento, 644 - 3.º
LISBOA

PORTO
LUANDA
BEIRA

TELEFONE: 68 80 96

SONDAGENS GEOLÓGICAS
ESTUDOS GEOTÉCNICOS
CONSOLIDAÇÃO DE FUNDAÇÕES
ESTACAS
PAREDES CONTÍNUAS
IMPERMEABILIZAÇÃO DE OBRAS HIDRÁULICAS
CAPTAÇÃO DE ÁGUAS

Dimensionamento de Secções de Betão Armado em Relação à Rotura

Matérias

— Flexão simples de secções rectangulares simplesmente armadas
— Flexão simples de secções rectangulares duplamente armadas
a) com armadura de compressão reduzida
b) com armadura de tracção reduzida
— Flexão simples de secções T duplamente armadas
— Flexão simples de secções T duplamente armadas
— Compressão simples
— Flexão composta de secções rectangulares
a) com armadura simétrica
b) com armadura de tracção reduzida
c) com armadura de compressão reduzida
— Flexão composta desviada de secções rectangulares
— Flexão composta de secções em T
a) com armadura de tracção reduzida
b) comarmadura de compressão reduzida
— Flexão simples e flexão composta de secções circulares cheias
— Flexão simples e flexão composta de secções circulares ocas
— Esforço transverso

Preço 150$00

Dimensionamento de Secções Circulares de Betão Armado em Relação à Rotura

Matérias

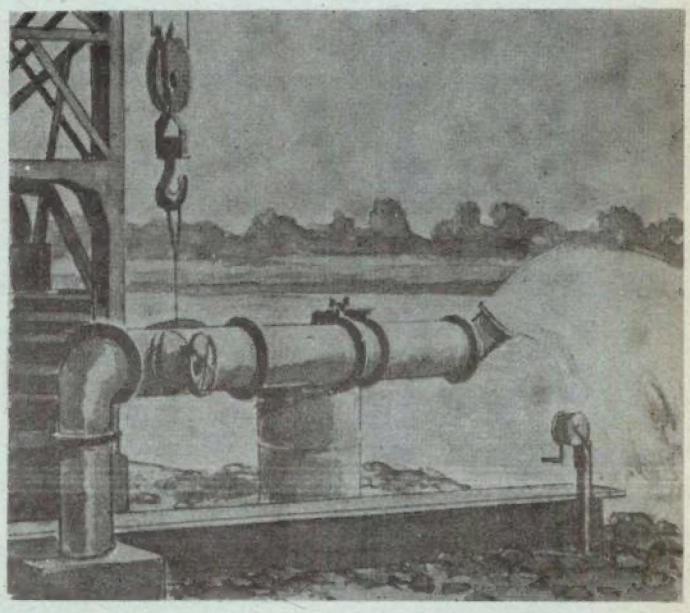
— Flexão simples e flexão composta de secções circulares cheias
— Flexão simples e flexão composta de secções circulares ocas

Preço 60$00

Por J. M. MADEIRA COSTA
ENG.º CIVIL

À venda na TÉCNICA e nas LIVRARIAS

Água: eis o que lhe oferecemos!



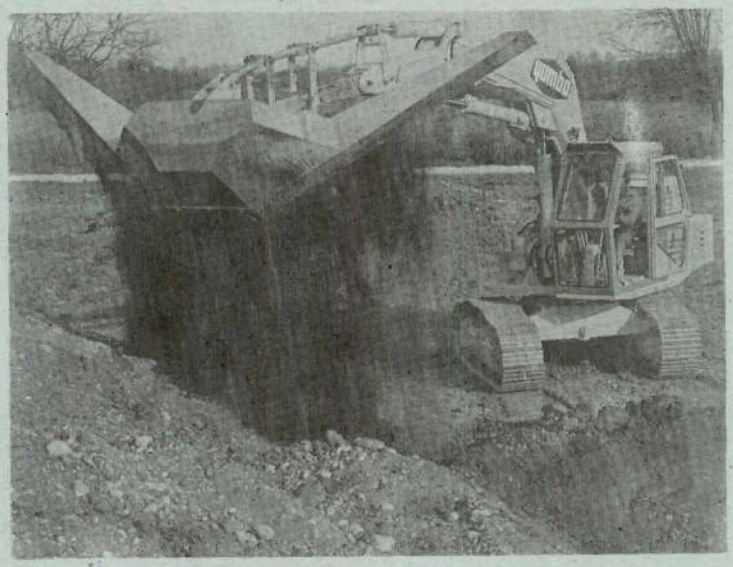
- Pesquisas e captações de água
- Estudos hidrogeológicos
- Sondagens e Fundações
- Rebaixamento de níveis aquíferos

ACAVACO

R. Rodrigo da Fonseca, 62, r/c-Esq. - Lisboa-1
Tel. 56 11 71/2/3/4

ESCAVADORAS HIDRÁULICAS
S/RODAS — S/LAGARTAS

— ENTREGAS IMEDIATAS



DISTRIBUIDOR EXCLUSIVO

GUEDAL - Guedes & Almeida, Lda.

R. ÁUREA, 181-2.° • LISBOA-2 • TEL. 32 50 80

R. ALFREDO CUNHA, 538 • MATOSINHOS • TEL. 93 45 62

CALCULAR...

...instantâneamente, silenciosamente, com economia e segurança.

...programa de calculadores electrónicos de CASIO COMPUTER, Co. LTD TÓKYO-JAPÃO

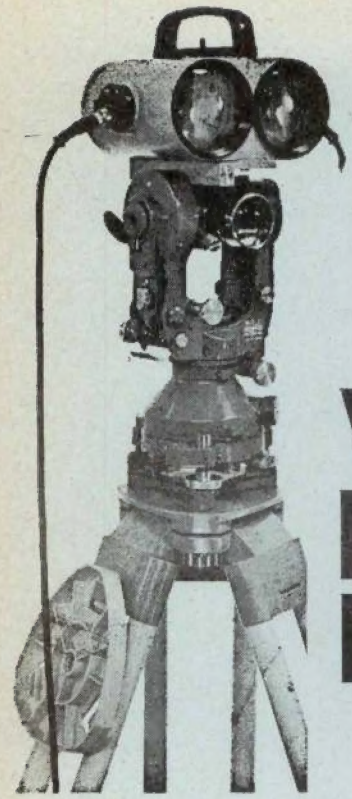
...diversos modelos com as mais evoluídas características para toda a espécie de cálculos.

Demonstrações sem compromisso

- 12 Modelos diferentes.
- 1 Programável.

REPRESENTANTES EXCLUSIVOS:
EFICEX KIENZLE LISBOA: Av. João XXI, 4A-tels 727028-727019

DISTRIBUIDORES NO NORTE:
HORBE.LDA PORTO: Rua Faria Guimarães, 105 - tel. 4 33 46



Agora

para distâncias

até 2000 m

WILD DISTOMAT DI 10

O mais recente modelo do único aparelho de medição de distâncias, por infra-vermelhos, em serviço desde 3 anos, permite alcance até 2000 m e é adaptável aos teodolitos WILD T1A, T16 e T2.

Esta combinação é a ideal para poligonações, levantamentos por radiação e para implantações.

Economiza tempo, trabalho, dinheiro
Aumenta precisão, rendimento, lucro
Aprovado desde 3 anos em toda a parte do mundo
Garantido pelos nossos serviços técnicos

WILD
HEERBRUGG

Solicitem prospecto detalhado ou demonstração aos representantes exclusivos

WILD PORTUGAL, LDA.

PRAÇA DAS ÁGUAS LIVRES, 8 * TEL. 68 91 12 * LISBOA-2

QUADROS NORMALIZADOS

JF

STANDABLOC

De construção modular, tipo armário, com cubículos individualmente acessíveis pela frente e porta de acesso ao compartimento das cablagens, formando celas com 550x1200x400 mm

Inteiramente projectados e construídos nas nossas oficinas

PUBLIMPAR

JF

J.F. DE AZEVEDO E SILVA & C.ª L.DA

Trv. Fábrica dos Pentes, 8 • Tel. 654165 • LISBOA

WABCO

An American-Standard Company

MOTO-SCRAPERS AUTO-CARREGADORES

CAPACIDADES ATÉ 34 JARDAS CÚBICAS

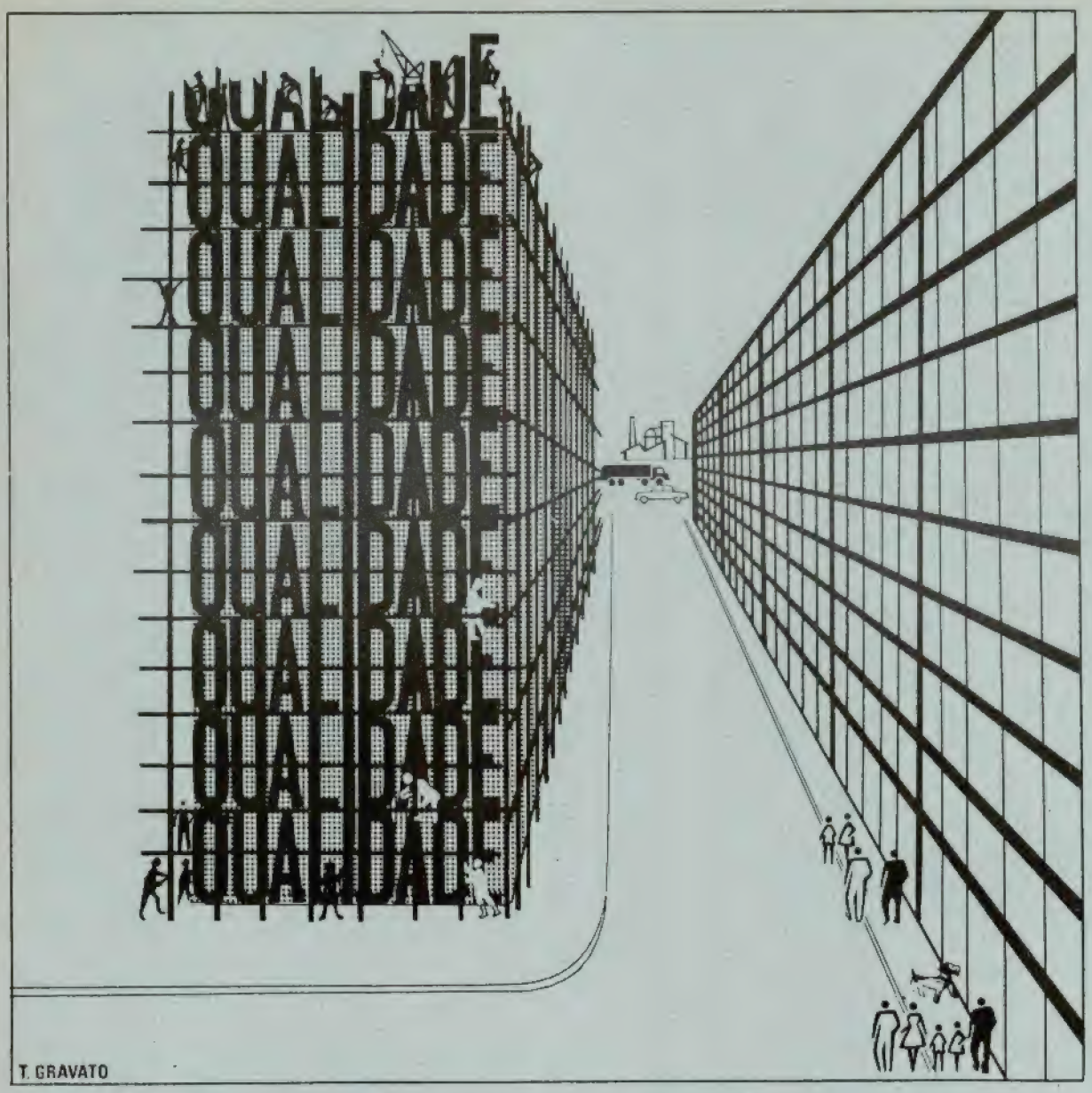
NÃO NECESSITA DE TRACTOR PARA EMPURRE!
UMA SÓ MÁQUINA... UM SÓ OPERADOR...

DISTRIBUIDOR EXCLUSIVO

GUEDAL - Guedes & Almeida, Lda.

R. ÁUREA, 181-2.° • LISBOA-2 • TEL. 32 50 80

R. ALFREDO CUNHA, 538 • MATOSINHOS • TEL. 93 45 62



O PRESTÍGIO CONSTROI-SE COM QUALIDADE

Não ... não nos dedicamos à construção civil ...
Somos a maior empresa portuguesa dedicada ao fabrico de material de telecomunicação e de electrónica.

A nossa gama de produtos é variadíssima: desde os minúsculos circuitos integrados e transistores até à mais complexa das centrais telefónicas para uso público.

Sim! Todos estes produtos têm algo de comum: — a qualidade, base do prestígio do nosso nome.

Standard Eléctrica **ITT**

SUPER-VULCANO

(Cimento Portland de Ferro)

Aprovado pelo Decreto n.º 49 371, de 11-11-1969

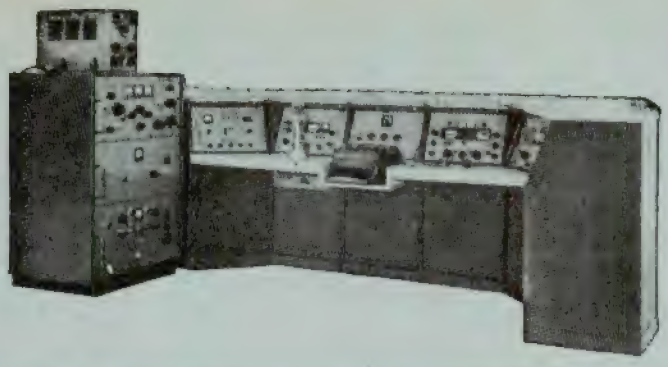
um cimento de
alta qualidade
distribuído pela

Empreza de Cimentos de Leiria, S.A.R.L.

PORTUGAL

SÍMBOLO DE QUALIDADE

TECNICA X



Comunicações

equipamentos e sistemas completos

- Cuidadosamente projectados
- Amplamente experimentados
- Completamente integrados

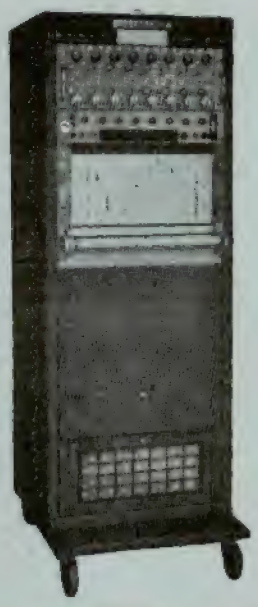
THE TECHNICAL MATERIEL CORPORATION

HEWLETT hp PACKARD

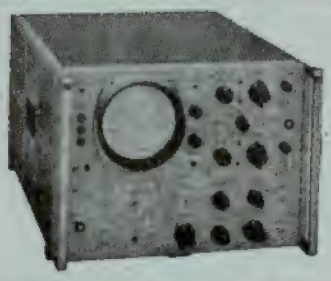
aparelhagem electrónica de medida e registo

Osciloscópios, Oscilógrafos, Voltímetros electrónicos, Geradores de sinal, Contadores electrónicos, Registadores digitais, Fontes de alimentação

Registador Sanborn



Registador digital Dymec

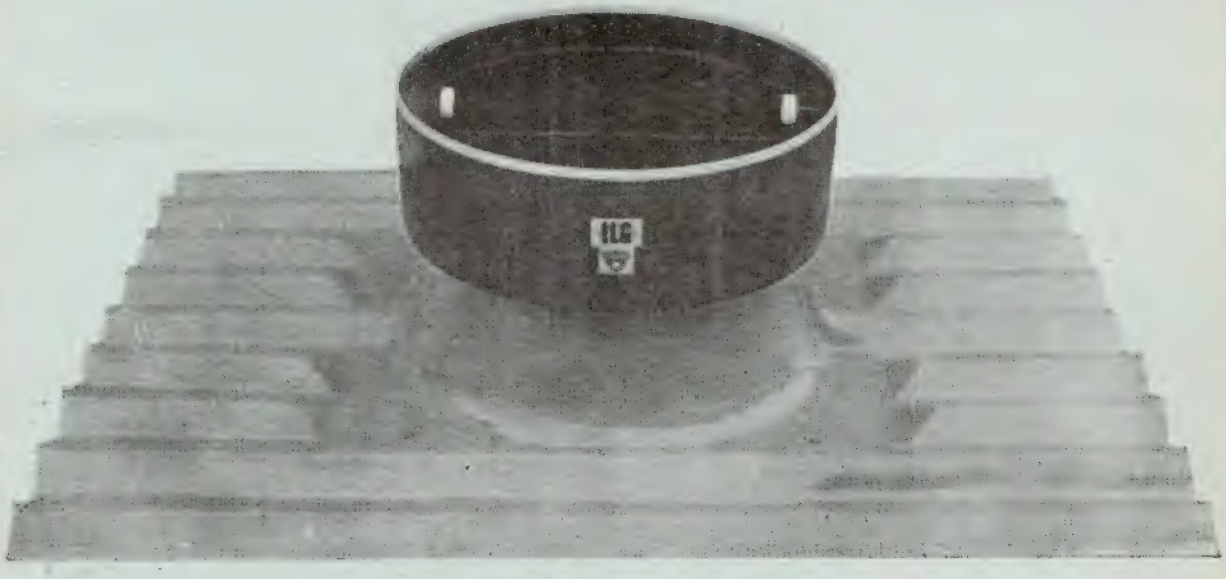


Osciloscópio HP

Contador Electrónico HP

TELECTRA EMPRESA TÉCNICA DE EQUIPAMENTOS ELECTRICOS, S.A.R.L.

AR
renovado



Ventiladores de tecto

Aumente a produtividade do seu pessoal instalando na sua FÁBRICA ou OFICINA os Ventiladores de tecto EFACEC·PDT

- Inteiramente fabricados em poliester reforçado ·fibra de vidro·
- Instalação imediata sem necessidade de qualquer trabalho de construção civil
- Funcionamento silencioso
- Persianas de fecho automático

INSTALAÇÕES DE VENTILAÇÃO INDUSTRIAL E TRANSPORTE PNEUMÁTICO EFACEC

SERVIÇOS COMERCIAIS:
LISBOA·Rua Rodrigo da Fonseca, 76-3º
PORTO·Rua Sá da Bandeira, 706-5º

técnica

NÚMERO 415 FEVEREIRO DE 1972 ANO XLVII VOLUME XXXIV PUBLICAÇÃO MENSAL

U. D. C. 536.77: 541.121

DETERMINATION OF THE EXCESS GIBBS FUNCTION G^E FROM TOTAL VAPOUR PRESSURE MEASUREMENTS

J. C. G. CALADO
Departamento de Química-Física
Instituto Superior Técnico
Lisboa-1

1. INTRODUCTION

It was SCATCHARD who introduced the *excess* thermodynamic functions as a simple means of expressing the departure of solutions from ideal behaviour[1]. An excess function X^E is defined by

$$X^E = X^m - X_o^m \qquad (1.1)$$

where X^m denotes a thermodynamic function of mixing and X_o^m is the corresponding function for the ideal solution. One of the advantages of such formulation derives from the fact that the excess functions are accessible to experiment: the excess volume V^E from density measurements, the excess enthalpy H^E from calorimetric measurements, the excess Gibbs energy G^E from a knowledge of the activity coefficients which can be obtained, for example, from total vapour pressure data. It is with the latter that we are concerned here.

Let us consider a binary liquid mixture of components 1 and 2, whose composition is represented by mole fractions x_1, $x_2 = 1 - x_1$. The mixture is said to be ideal if the chemical potentials of the components are given by the relations

$$i = 1,2 \qquad \mu_i(p,T,x_i) = \mu_{oi}(p,T) + RT \ln x_i \qquad (1.2)$$

where $\mu_{oi}(p,T)$ is the chemical potential of the pure component i at the pressure p and temperature T, and $\mu_i(p,T,x_i)$ is the chemical potential of the same component in the liquid mixture, under the same conditions.

These relations can be formally kept for the real mixture with the introduction of the activity coefficients f_i

$$i = 1,2 \qquad \mu_i(p,T,x_i) = \mu_{oi}(p,T) + RT \ln(x_i f_i) \qquad (1.3)$$

and the product $a_i = x_i f_i$ is called the *activity* of componente i.

The Gibbs energy of a mole of the *mixture* takes the form

$$g = \sum x_i \mu_i(p,T,x_i) \qquad (1.4)$$

since G is an extensive property, whereas the Gibbs energy of *mixing* is given by

$$g^m = RT \sum x_i \ln(x_i f_i) \qquad (1.5)$$

From the above expressions it follows that the *excess* Gibbs function for a binary mixture is

$$g^E = RT[x_1 \ln f_1 + x_2 \ln f_2] \qquad (1.6)$$

or, in terms of the excess chemical potentials

$$g^E = x_1 \mu_1^E + x_2 \mu_2^E \qquad (1.7)$$

The calculation of g^E implies therefore the knowledge of the activity coefficients. The excess Gibbs energy for a binary mixture is thus given by a sum of two terms, each representing the contribution of one component; however, these terms are not independent, and in fact they are related by a Gibbs-Duhem relationship (at constant temperature and pressure)

$$x_1 \, d\ln f_1 + x_2 \, d\ln f_2 = 0 \qquad (1.8)$$

The two terms in either (1.6) or (1.7) can be obtained from one another by a simple permutation of subcripts, so, from now on, component 1 only will be considered.

2. g^E AS A FUNCTION OF THE TOTAL VAPOUR PRESSURE

Since it is our purpose to derive a general expression for g^E (or μ_1^E and μ_2^E) as a function of the total vapour pressure P, we must seek such a relationship

Received 15. November. 1971

from the study of the equilibrium between the liquid solution and its vapour. Temperature is kept constant throughout. It is assumed that the system liquid + vapour is, at all times, in equilibrium, and consequently the change of the chemical potential of component 1 in the liquid during mixing

$$\mu_1 (p,T,x_1) - \mu_{o1} (p_{o1},T)$$

must be the same as in the vapour phase. As it is easier to calculate this change for the vapour phase, the first step involves the derivation of expressions for the chemical potentials of component 1 in the vapour before mixing at pressure p_{o1} (pure component) and after mixing, at pressure p. As will be shown, the main difficulty arises from the fact that the pressure does not stay constant during the mixing process, and if all the chemical potentials are reduced to the final pressure p, then some of the μ_i's for the liquid will refer to liquid states extrapolated to pressures below their own vapour pressures and so void of physical meaning. It is common practice, however, to calculate all the quantities at a small reference pressure, p_o, which in this case will be taken as zero.

At the high pressures found for some systems the imperfection of the vapour is far from negligible, and can even become more important than that of the liquid phase, changing what are intrinsically positive deviations from Raoult's law into negative ones; for this reason third virial coeficients, which are often ignored, will be considered here.

To avoid confusion, quantities for the vapour phase, in equilibrium with the liquid phase of composition x, will be indicated by a dash ', except the composition (mole fraction) of the vapour itself, which will be represented by y_1, $y_2 = 1 - y_1$. In this way the chemical potential of component 1 in the vapour phase at pressure p is represented by $\mu'_1 (p,y_1)$, whereas that of the pure component under its own saturation vapour pressure p_{o1} is denoted by $\mu_{o1} (p_{o1})$.

The chemical potential of the *pure* vapour 1 at its saturation vapour pressure p_{o1}, relative to some standard state, can be calculated from

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial p}\right)_T = v' \qquad (2.1)$$

with the molar volume v' taken from the virial equation of state in terms of pressure

$$pv' = RT + B' p + C' p^2 \qquad (2.2)$$

We have

$$\left(\frac{\partial \mu'_{o1}}{\partial p}\right)_T = \frac{RT}{p} + B'_{11} + C'_{111} p \qquad (2.3)$$

Integrating from p^+, the pressure of some standard state, to p_{o1}

$$\mu'_{o1}(p_{o1}) = \mu'_{o1}(p^+) + RT \ln \frac{p_{o1}}{p^+} + B'_{11}(p_{o1} - p^+) + \frac{1}{2} C'_{111}(p_{o1}^2 - p^{+2}) \qquad (2.4)$$

or

$$\mu'_{o1}(p_{o1}) = \mu_{o1}^+ + RT \ln p_{o1} + RT \ln \chi(p_{o1}) \qquad (2.5)$$

where

$$\mu_{o1}^+ = \mu'_{o1}(p^+) - RT \ln p^+ - B'_{11} p^+ - \frac{1}{2} C'_{111} p^{+2} \qquad (2.6)$$

and $\chi(p)$ is the so-called fugacity coefficient

$$RT \ln \chi(p_{o1}) = B'_{11} p_{o1} + \frac{1}{2} C'_{111} p_{o1}^2 \qquad (2.7)$$

An obvious generalization of (2.5) for mixtures at a pressure p is

$$\mu'_1 (p,y_1) = \mu_{o1}^+ + RT \ln (p y_1) + RT \ln \varphi (p,y_1) \qquad (2.8)$$

where $\varphi (p,y_1)$, the fugacity coefficient of component 1 in the mixture is a function of p and y_1 which reduces to $\chi (p)$ when $y_1 = 1$ and which is unity for $p = o$. It can be calculated from the knowledge of the partial molar volume v_1 as a function of p.

$$\left(\frac{\partial \mu_1}{\partial p}\right)_T = v_1 \qquad (2.9)$$

Partial differentiation of (2.8) with respect to p gives

$$v'_1 = \frac{RT}{p} + RT \frac{\partial \ln \varphi (p y_1)}{\partial p} \qquad (2.10)$$

and from this equation it follows that

$$RT \ln \varphi (p,y_1) = \int_o^p \left(v'_1 - \frac{RT}{p}\right) dp \qquad (2.11)$$

Therefore

$$\mu' (p,y_1) = \mu_{o1}^+ + RT \ln(py_1) + \int_o^p (v'_1 - \frac{RT}{p}) dp \qquad (2.12)$$

The first two terms represent the chemical potential of the component in the case of perfect behaviour and the third one accounts for the imperfection of the vapour mixture; the latter can be easily handled through the virial equation of state. First the virial coefficients of the mixture must be expressed as functions of composition. For the second virial coefficient it is

$$B' = y_1^2 B_{11} + 2 y_1 y_2 B_{12} + y_2^2 B_{22} \qquad (2.13)$$

whereas for the third virial coefficient it will be assumed, for the sake of simplicity, that C' fits a quadratic expression

$$C' = \tau_1 y_2^2 + \sigma_1 y_2 + C'_{111} = \tau_2 y_1^2 + \sigma_2 y_1 + C'_{222} \qquad (2.14)$$

where $\tau_1 = \tau_2$, σ_1 and σ_2 are constants to be determined from the experimental data and C'_{111} and C'_{222} are the third virial coefficients of the pure components. The partial molar volume v'_1 can be cal-

culated from the molar volume of the mixture v', taken from the equation of state, by the well-known relationship

$$v'_1 = v' - y_2 \left(\frac{\partial v'}{\partial y_2}\right)_{T,P} \qquad (2.15)$$

From (2.2), (2.13), (2.14) and (2.15) it follows that

$$v'_1 - \frac{RT}{p} = B'_{11} + \delta y_2^2 + C'_{111}\, p - \tau_1\, p\, y_2^2 \qquad (2.16)$$

where

$$\delta = 2B_{12} - B_{11} - B_{22} \qquad (2.17)$$

(2.12) becomes

$$\mu'_1(p,y_1) = \mu_{o1}^{+} + RT \ln (py_1) + B'_{11}\, p + \delta y_2^2 p + \frac{1}{2} C'_{111}\, p^2 - \frac{1}{2} \tau_1\, y_2^2\, p^2 \qquad (2.18)$$

The change in the chemical potential of component 1 when pure vapour of 1 at pressure p_{o1} is mixed with pure vapour of 2 at pressure p_{o2} to form a mixture of total pressure p and composition y_1 is

$$\mu'_1(T,p,y_1) - \mu'_{o1}(T,p_{o1}) = RT \ln \frac{py_1}{p_{o1}} + \int_o^p \left(v'_1 - \frac{RT}{p}\right) dp - \int_o^{p_{o1}} \left(v'_{o1} - \frac{RT}{p}\right) dp$$

$$= RT \ln \frac{py_1}{p_{o1}} + B'_{11}(p - p_{o1}) + \delta y_2^2 p + \frac{1}{2} C'_{111}\left(p^2 - p_{o1}^2\right) - \frac{1}{2} \tau_1\, y_2^2\, p^2 \qquad (2.19)$$

which follows from (2.5) (2.7) and (2.18).
Since

$$\mu_{o1}(T,p_{o1}) = \mu'_{o1}(T,p_{o1}) \qquad (2.20)$$

$$\mu_1(T,p,x_1) = \mu'_1(T,p,y_1) \qquad (2.21)$$

(2.19) represents also the change in the chemical potential of component 1 in the liquid phase; this change is *not* however, equal to $RT \ln (x_1 f_1)$ because the pressure does not remain constant during the mixing process. The activity coefficients should be referred to some standard low pressure p_o, so the changes in chemical potential of the pure liquid when the pressure varies from p_{o1} to p_o and similary for the same components in the mixture when the pressure changes from p to p_o must be taken into account. These changes are

$$\mu_{o1}(T,p_{o1}) - \mu_{o1}(T,p_o) = \int_{p_o}^{p_{o1}} v_{o1}\, dp \qquad (2.22)$$

$$\mu_1(T,p,x_1) - \mu_1(T,p_o,x_1) = \int_{p_o}^{p} v_1\, dp \qquad (2.23)$$

where v_{o1} and v_1 are the molar volume and partial molar volume of component 1 in the liquid phase at temperature T. These changes can be calculated by expanding the volume in powers of p around $p = p_o$ and neglecting all terms beyond the second

$$v_{o1}(T,p) = v_{o1}(T,p_o) + \left(\frac{\partial v_{o1}}{\partial p}\right)_{p=p_o} (p - p_o) \qquad (2.24)$$

an approximation which is equivalent to assuming that the isothermal compressibility of the liquid, β_T, is independent of the pressure. Similarly for $v_1(T,p)$. Therefore

$$\int_{p_o}^{p_{o1}} v_{o1}\, dp - \int_{p_o}^{p} v_1\, dp = (v_{o1})_{p=p_o}(p_{o1} - p_o) + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_{o1}}{\partial p}\right)_{p=p_o} (p_{o1} - p_o)^2 - (v_1)_{p=p_o}(p - p_o) - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_1}{\partial p}\right)_{p=p_o} (p - p_o)^2 \qquad (2.25)$$

It is this sum that must be added to (2.19) in order to obtain the desired value of μ_1^E

$$\mu_1(T,p_o,x_1) - \mu_{o1}(T,p_o) = RT \ln (x_1 f_1) = (2.19) + (2.25)$$

The final expression for μ_1^E is now

$$\mu_1^E = RT \ln f_1 = RT \ln \frac{p\, y_1}{p_{o1}\, x_1} + \qquad \text{(A)}$$

$$+ \left[B'_{11} - (v_{o1})_{p=p_o}\right](p - p_{o1}) \qquad \text{(B)}$$

$$+ p\, \delta y_2^2 \qquad \text{(C)}$$

$$+ \frac{1}{2} C'_{111}\left(p^2 - p_{o1}^2\right) \qquad \text{(D)}$$

$$- \frac{1}{2} \tau_1\, y_2^2\, p^2 \qquad \text{(E)}$$

$$+ (v_{o1} - v_1)_{p=p_o}(p - p_o) \qquad \text{(F)}$$

$$+ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_{o1}}{\partial p}\right)_{p=p_o} (p_{o1} - p_o)^2 \qquad \text{(G)}$$

$$- \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_1}{\partial p}\right)_{p=p_o} (p - p_o)^2 \qquad \text{(H)}$$

(2.26)

A similar expression holds for component 2.

g^E can then be calculated from equation (1.7) and it represents the excess molar Gibbs energy of a liquid mixture when the mixing process is carried out at constant temperature and at a constant pressure $p = p_o$.

3. DISCUSSION

SCATCHARD and RAYMOND had already obtained in 1938 an expression for μ_1^E which included the first three terms (A), (B), (C) in (2.26)[2], and ROWLINSON gave a detailed account of the calculation of the excess Gibbs energy under different experimental conditions [3], however none of these authors considered third virial coefficients, and the compressibility effects have also been neglected.

Terms (C), (D), (E) and, in part, (B), in equation (2.26), which involve the second and third virial coefficients, account for the imperfection of the vapour phase, while terms (F), (G) and (H) account for the changes in volume and compressibility during mixing, the latter due to the effect of pressure change. It must be said that in most cases, under small pressures, terms (D), (E), (F), (G) and (H) are small, and if their sum is negligible in comparison with the other three, then (2.26) reduces to the *Scatchard equation*

$$\mathbf{R}T \ln f_1 = \mathbf{R}T \ln \frac{p y_1}{p_{o1} x_1} +$$

$$+ [B'_{11} - (v_{o1})_{p=p_o}] (p - p_{o1}) + p \delta y_2^2 \qquad (3.1)$$

It has also been usual to assume that the mixture virial coefficient B_{12} is the arithmetic mean of B_{11} and B_{22} so that δ is zero, but this assumption, which SCATCHARD and TICKNOR proved to be wrong for solutions containing associated liquids [4], is also unacceptable whenever high precision results are required.

Another point concerns the signs of the different terms in (2.26) which are cancelled by the corresponding terms for component 2; this is what usually happens with term (D) which is positive for one component and negative for the other. On the other hand the contribution of terms (F) to the excess Gibbs energy is

$$x_1 (v_{o1} - v_1) (p - p_o) + x_2 (v_{o2} - v_2) (p - p_o) =$$

$$= (p_o - p) V^E_{p=p_o} \qquad (3.2)$$

which can be neglected for systems wich show small deviations from ideality. Finally the two terms (G) and (H) involving the compressibilities are usually small and always of opposite signs, and are often discarded.

It must also be noted that if the total vapour pressure is also used to determine the composition of the mixture, special case must be taken to evaluate the terms involving second virial coefficients, for it can be shown[5] that

$$\frac{\partial y_1}{\partial B'} = - y_1 \frac{p - p_{o1}}{\mathbf{R}T} \qquad (3.3)$$

and this means that even for pressures below 2atm tse second virial coefficient must be known within 5 cm^3 mol^{-1} in order to achieve an accuracy of 1 in 10^4 in the composition.

The relative order of magnitude of the several terms in (2.26) and the corresponding equation for component 2 will now be analysed for two systems for which experimental data have recently become available: Krypton-Xenon at 161.36 K [6] and Argon--Methane at 115.77 K [7]. Solutions which are approximately equi-molar have been chosen, and in both cases the saturation vapour pressure is about 5.7 bar. In the following table the contributions to G^E of the different terms in (2.26) and the corresponding expression for the second component are shown; each value, in J mol^{-1}, is obtained from the sum

$$x_1 [Y_1] + x_2 [Y_2] = [Y] \qquad (3.4)$$

where $[Y_1]$ and $[Y_2]$ come from (2.26) and its analogue for the other component.

It is readily seen that in both systems the imperfection of the vapour is far from negligible, and accounts for as much as 40% of the total deviation from ideality; the [C] term, in particular, cannot be ignored for this kind of system, in opposition to what has been often done. Third virial coefficients, as represented by terms [D] and [E], become worth considering for the Krypton-Xenon system. Term [F], which involves the product pv for the liquid phase, is negligible provided the excess volume is small. It is expected that for less simple systems and at higher pressures all terms in (2.26) should contribute significantly to G^E.

Table I — Contributions of the different terms in μ_1^E and μ_2^E to the excess Gibbs energy

System	x_1	p	[A]	[B]	[C]	[D]	[E]	[F]	G^E
$Ar\text{-}CH_4$	0.5139	5.738	104.02	− 37.42	8.67	− 3.97	3.75	—	75.05
Kr-Xe	0.4675	5.725	165.51	− 69.20	18.68	− 6.77	7.79	0.40	116.41

4. REFERENCES

1. — G. SCATCHARD, Chem. Rev., *28*, 321 (1931).
2. — G. SCATCHARD and C. L. RAYMOND, J. Am. Chem. Soc., *60*, 1278 (1938).
3. — J. S. ROWLINSON, *Liquids and Liquid Mixtures*, 2nd ed., Butterworth, London, (1969), Ch. 4.
4. — G. SCATCHARD and L. B. TICKNOR, J. Am. Chem. Soc., *74*, 3724 (1952).
5. — J. C. G. CALADO, D. Phil. Thesis, Oxford, 1969.
6. — J. C. G. CALADO and L. A. K. STAVELEY, Trans. Faraday Soc., *67*, 289 (1971).
7. — J. C. G. CALADO and L. A. K. STAVELEY, J. Chem. Phys., *55*, 4718 (1972).

C. D. U. 624.131.25 : 539.22
624.131.25 : 539.32

ANISOTROPIA DAS ROCHAS ENDÓGENAS (*)

Correlação entre os elipsóides dos índices micropetrográficos, das tensões de rotura e dos módulos de elasticidade

F. PERES RODRIGUES
Engenheiro Civil, Especialista do Serviço de Barragens, Chefe da Divisão de Fundações e Túneis do LNEC
L. AIRES - BARROS
Professor do Instituto Superior Técnico, Consultor - Investigador do Serviço de Geotecnia do LNEC

RESUMO

A presente publicação estuda as correlações entre os elipsóides dos índices micropetrográficos (K), dos módulos de elasticidade (E) e das tensões de rotura (σ_{ult}).

Mostra-se que os elipsóides dos K, E e σ_{ult} podem ser correlacionados mediante transformações lineares compostas de uma rotação de amplitude não muito grande, seguida de uma transformação autométrica. As correlações K, σ_{ult} apresentam-se como as mais fortes, o que também é evidenciado pela comparação dos coeficientes de anisotropia.

SYNOPSIS

In this paper the correlations between the ellipsoids of the micropetrographic indices (t), moduli of elasticity (E) and ultimate strengths (σ_{ult}) are studied.

It is shown that the ellipsoids of K, E and σ_{ult} can be correlated by means of linear transformations composed of a ration of rather small amplitude followed by an autometric transformation. The K, σ_{ult} correlations are shown to be the highest, as may also be seen by comparing the anisotropy ratios.

1 — OBJECTIVO DO ESTUDO

A introdução de um índice de qualidade (MENDES, AIRES - BARROS e PERES RODRIGUES, 1966) [1] de determinação micropetrográfica, que traduz com relativa, mas suficiente fidelidade, as variações registadas nas características mecânicas (v.g. módulo de elasticidade e tensão de rotura), determinadas sobre provetes representativos de um maciço rochoso, facilita a caracterização mecânica deste mesmo maciço rochoso.

Na definição de tal índice de qualidade micropetrográfico, considerou-se, com base no cálculo modal, não só a composição mineralógica das rochas mas também características fundamentais do respectivo comportamento mecânico, como a textura, estado dos constituintes, fissuras e vazios.

Assim, definiu-se o índice de qualidade micropetrográfico [1] por:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i X_i}{\sum_{=1}^{m} p \; Y_j}$$

em que os n valores de X_i são as percentagens modais dos minerais "sãos", com incidência favorável no comportamento mecânico das rochas, e em que os m valores de Y_j são as percentagens modais dos minerais alterados (eventualmente minerais filitosos, com disposição preferencial funcionando de filme lubrificante e facilitando deslocamentos), microfissuras e vazios com desfavorável incidência no comportamento mecânico das rochas.

A aplicabilidade deste índice de qualidade a diferentes tipos de rochas depende, fundamentalmente, de conseguirmos ponderar convenientemente a influência dos termos X_i e Y_j de modo a obter-se uma correlação estreita entre este índice e as características mecânicas que pretendemos estudar.

Dentro desta tentativa de generalização da aplicação do índice de qualidade micropetrográfico (K), está o problema do estudo da anisotropia mecânica das rochas e a respectiva correlação com a anisotropia petrográfica.

Neste tipo de investigação, de que a presente nota é um exemplo, tomam-se vários provetes (9) de um mesmo bloco de rocha, mas dele retirados de acordo com orientações definidas nas fig. 1 a 3.

Dos topos destes provetes, que são ensaiados mecânicamente no laboratório, para determinação do

(*) Trabalho apresentado em inglês no 2.º Congresso da Sociedade Internacional de Mecânica das Rochas, Belgrado, Setembro de 1970.

Artigo recebido em 15-2-71.

módulo de elasticidade e da tensão de rotura, preparam-se lâminas delgadas que são estudadas microscòpicamente, quer qualitativa quer quantitativamente, avaliando a sua composição modal e determinando o índico K.

Possuem-se elementos que reputamos de interesse envolvendo rochas endógenas, ou seja o granito gnaissóide, rocha dominante na região de Cabora-Bassa (Moçambique) e ainda os doleritos (com diferente granularidade) da região de Odivelas (Alentejo, Portugal).

No capítulo seguinte apresentam-se os elementos que permitem vislumbrar promissora correlação entre os elipsóides representativos da anisotropia petrográfica definida pelo índice de qualidade micropetrográfico e as superfícies homólogas representativas da anisotropia mecânica (E e σ_{ulc}).

2 — ELIPSÓIDES MAIS PROVÁVEIS

A boa correlação existente entre os valores de K, E e σ_{ulc}, quando determinados sobre um mesmo provete, conduziu a estender ao índice micropetrográfico a lei quadrática determinada para as características mecânicas E e σ_{ulc} das rochas endógenas [2]. Assim, a consideração de nove valores de K segundo direcções referidas a um sistema inicial de eixos (x, y, z), permite, utilizando o método dos mínimos quadrados, calcular os valores mais prováveis dos seis coeficientes do elipsóide:

$$[x\ y\ z] \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_2 & a_4 & a_5 \\ a_3 & a_5 & a_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = 1 \qquad (1)$$

Uma conveniente rotação definida por:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 & \cos\alpha_2 & \cos\alpha_3 \\ \cos\beta_1 & \cos\beta_2 & \cos\beta_3 \\ \cos\gamma_1 & \cos\gamma_2 & \cos\gamma_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \qquad (2)$$

permite obter a equação matricial do elipsóide na sua forma normal, isto é, referida aos seus eixos (X, Y, Z), donde:

$$[X\ Y\ Z] \begin{bmatrix} a^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & b^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & c^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = 1 \qquad (3)$$

ou, na forma cartesiana:

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} + \frac{Z^2}{c^2} = 1 \qquad (4)$$

em que a, b e c são os seus semieixos.

Calcularam-se com base em [3] os coeficientes de anisotropia totais, a_t, e máximos, a_M, dos elipsóides definidores das características em estudo, dados pelas expressões:

$$a_t = \frac{R}{R_e} \qquad a_M = \frac{R}{r} \qquad (5)$$

R — semieixo maior do elipsóide;
R_e — raio da esfera de volume igual ao do elipsóide;
r — semieixo menor do elipsóide.

Calcularam-se ainda os coeficientes de variação resultantes dos desvios verificados entre os valores experimentais e os correspondentes valores teóricos das características em estudo.

As fig. 1 a 3 contêm, relativamente a cada um dos tipos de rocha estudados, todos os elementos que se acabam de referir.

3 — CONCLUSÕES

Os resultados do estudo mencionado neste trabalho permitem enunciar algumas conclusões de ordem geral:

a) Os índices micropetrográficos K, ao redor de um ponto, são traduzidos, muito satisfatòriamente, por leis quadráticas do tipo elipsóide, tal como anteriormente se tinha já verificado para os módulos de elasticidade, E , e para as tensões de rotura, σ_{ulc} podem ser

b) Os elipsóides dos K, E e σ_{ulc}). [2]; correlacionados mediante uma transformação linear, composta de uma rotação de amplitude não muito grande, sobretudo nas correlações (K, σ_{ulc}), seguida duma transformação autométrica;

c) Os coeficientes de anisotropia mostram que os elipsóides dos K se aproximam mais dos elipsóides dos σ_{ulc} do que dos elipsóides dos E, donde se conclui existir entre K e σ_{ulc} uma correlação mais forte;

d) Este estudo permite ter esperança de que o índice micropetrográfico K, das rochas exógenas, seja traduzido satisfatòriamente por uma lei, tipo quártica fechada, tal como já foi constatado para os módulos de elasticidade, E, e para as tensões de rotura, σ_{ulc} [3].

BIBLIOGRAFIA

[1] — MELLO MENDES, F.; AIRES-BARROS, L.; PERES RODRIGUES, F. — The use of modal analysis in the mechanical characterization of rock masses. Proc. 1st. Intern. Cong. Rock Mech., Vol. I, pp. 217 - 223. Lisbon 1966.

[2] — PERES RODRIGUES, F. — Anisotropy of granites. Proc. 1st Intern. Cong. Rock Mech., Vol. I, pp. 721 - 731. Lisbon 1966.

[3] — PERES RODRIGUES, F. — Anisotropy of rocks. Proc. 2nd Intern. Cong. Rock Mech., Vol. I, 1-20. Beograd 1970.

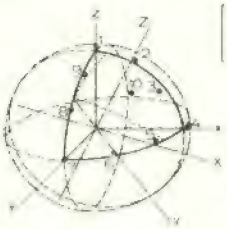
ELIPSÓIDES MAIS PROVÁVEIS DE ANISOTROPIA

GRANITO GNAISSOIDE

ÍNDICES MICROPETROGRÁFICOS, K

$$\frac{x^2}{4{,}82^2} + \frac{y^2}{5{,}00^2} + \frac{z^2}{4{,}14^2} = 1$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}729 & +0{,}517 & +0{,}449 \\ -0{,}547 & -0{,}835 & +0{,}058 \\ +0{,}406 & -0{,}200 & +0{,}892 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$



ESCALAS

TENSÕES DE ROTURA, σ_{ult} (kgf/cm²)

$$\frac{x^2}{85{,}2^2} + \frac{y^2}{15{,}90^2} + \frac{z^2}{1{,}40^2} = 1$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}920 & +0{,}384 & +0{,}078 \\ -0{,}280 & -0{,}782 & +0{,}566 \\ +0{,}274 & -0{,}488 & +0{,}829 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

ESCALAS
kgf/cm²

MÓDULOS DE ELASTICIDADE, E (10^3 kgf/cm²)

$$\frac{x^2}{867^2} + \frac{y^2}{707^2} + \frac{z^2}{579^2} = 1$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +0{,}711 & 0{,}122 & +0{,}692 \\ +0{,}006 & +0{,}985 & +0{,}167 \\ -0{,}703 & -0{,}115 & +0{,}704 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

ESCALAS
10^3 kgf/cm²

CARACTERÍSTICA ESTUDADA	COEFICIENTES DE ANISOTROPIA		COEFICIENTE DE VARIAÇÃO
	TOTAL	MÁXIMO	%
K	1,09	1,22	5,8
σ_{ult}	1,20	1,61	5,6
E	1,22	1,50	4,3

(Fig. 1)

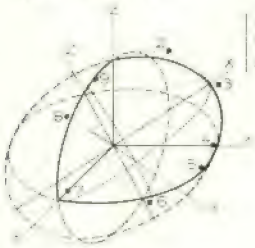
ELIPSÓIDES MAIS PROVÁVEIS DE ANISOTROPIA

DOLERITO DE GRÃO FINO

ÍNDICES MICROPETROGRÁFICOS, K

$$\frac{x^2}{1{,}09^2} + \frac{y^2}{2{,}01^2} + \frac{z^2}{0{,}87^2} = 1$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +0{,}764 & -0{,}480 & +0{,}429 \\ +0{,}422 & +0{,}873 & +0{,}226 \\ -0{,}413 & +0{,}002 & +0{,}766 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

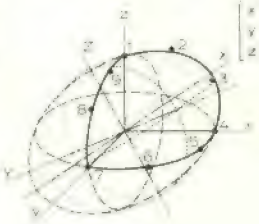


ESCALAS

TENSÕES DE ROTURA, σ_{ult} (kgf/cm²)

$$\frac{x^2}{1109^2} + \frac{y^2}{1991^2} + \frac{z^2}{823^2} = 1$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +0{,}626 & -0{,}707 & +0{,}326 \\ +0{,}589 & +0{,}704 & +0{,}396 \\ -0{,}510 & -0{,}057 & +0{,}858 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

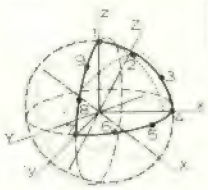


ESCALAS
kgf/cm²

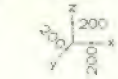
MÓDULOS DE ELASTICIDADE, E (10^3 kgf/cm²)

$$\frac{x^2}{819^2} + \frac{y^2}{675^2} + \frac{z^2}{734^2} = 1$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}830 & -0{,}338 & +0{,}446 \\ -0{,}332 & +0{,}938 & +0{,}093 \\ +0{,}443 & -0{,}064 & +0{,}872 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

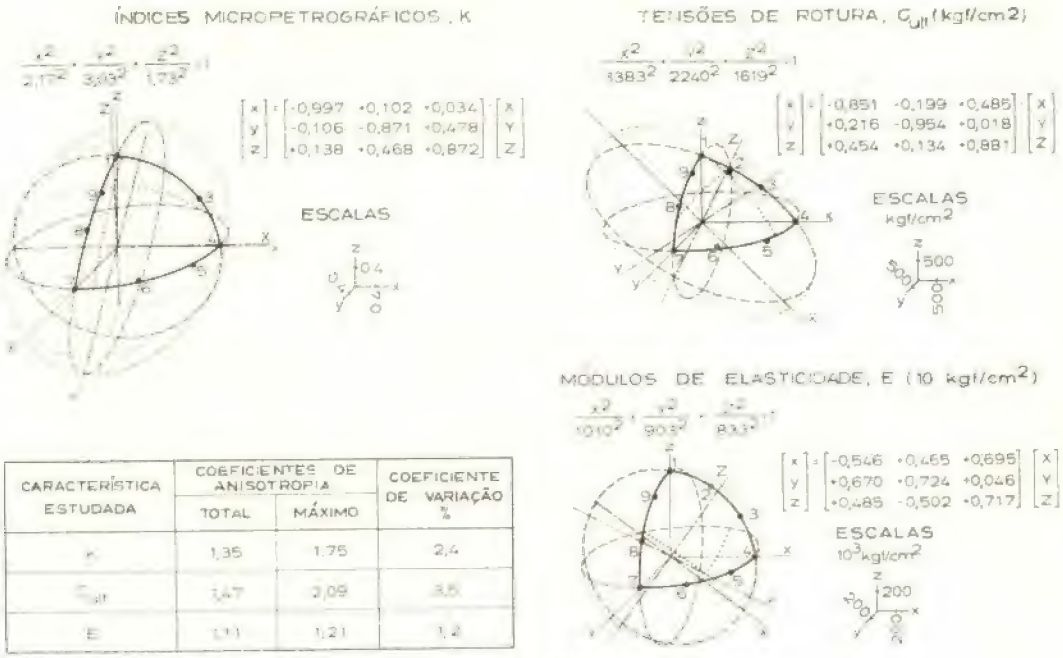


ESCALAS
10^3 kgf/cm²



CARACTERÍSTICA ESTUDADA	COEFICIENTES DE ANISOTROPIA		COEFICIENTE DE VARIAÇÃO
	TOTAL	MÁXIMO	%
K	1,62	2,31	8,9
σ_{ult}	1,57	2,16	1,5
E	1,11	1,21	1,4

(Fig. 2)



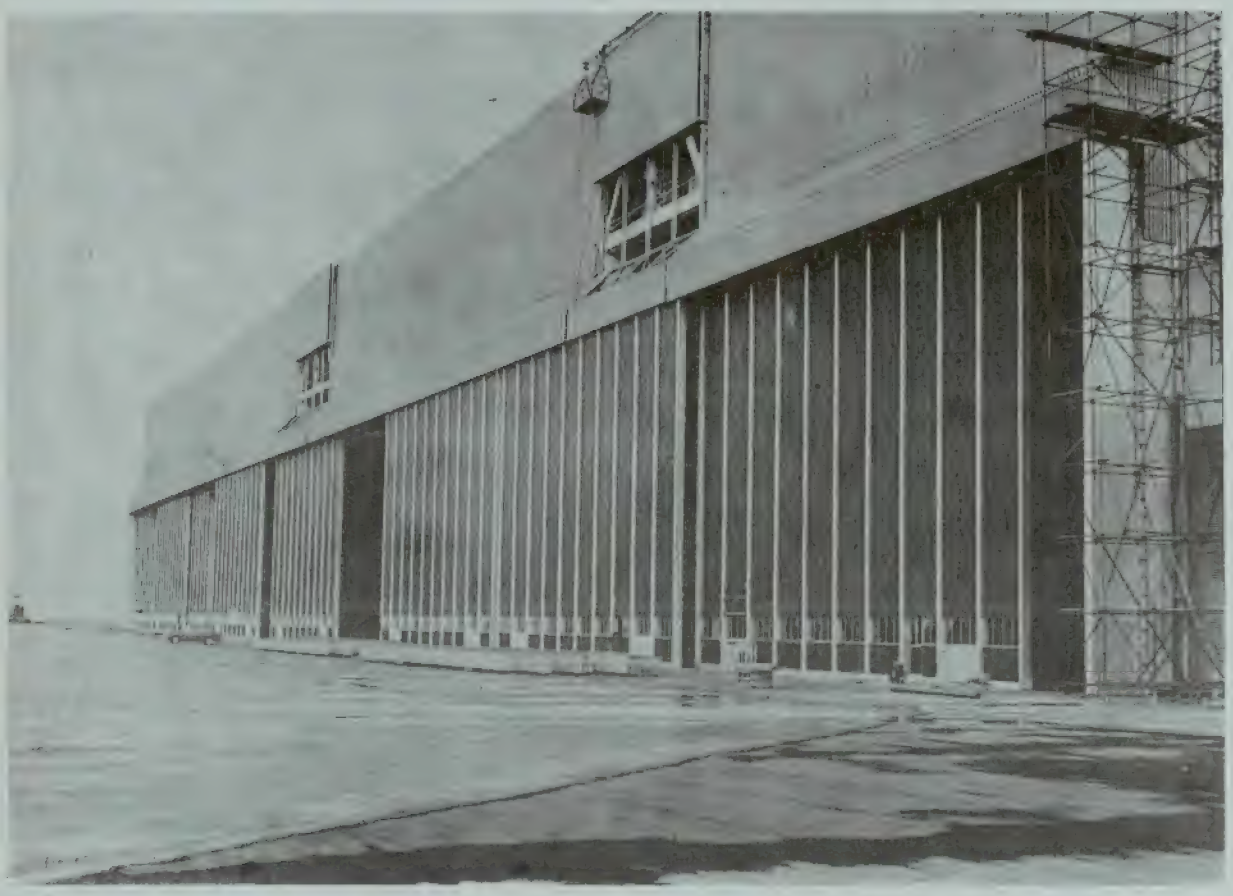
CARACTERÍSTICA ESTUDADA	COEFICIENTES DE ANISOTROPIA		COEFICIENTE DE VARIAÇÃO %
	TOTAL	MÁXIMO	
K	1,35	1,75	2,4
C_{ult}	1,47	2,09	3,5
E	1,11	1,21	1,2

(Fig. 3)

FEIRAS, CONFERÊNCIAS, EXPOSIÇÕES E CURSOS NO MUNDO

OBJECTIVO E PROGRAMA	LOCAL, DATAS, ORGANIZAÇÃO INFORMAÇÕES
Salão Internacional do livro e da Imprensa Científica e Técnica	Junho, Paris - 15 Parc des Expositions Porte de Versailles, 75
Congresso Mundial Contra a Poluição	Estocolmo, Junho - 72
Composite Materials	Oslo, 1 - 2 Junho - 72 Lyngby, 5 - 6 Junho - 72 Lisboa, 8 - 9 Junho 72 LFEN E. N. 10, Sacavém Portugal
Feira Internacional de Bilbau	Bilbau, 1 - 12 Junho - 72
1 ère semaine international de l'Environnement et des Techniques de Lutte contre les Nuisances — Salon Internacional l'Homme et l'Environnement — Salon International du Nettoyage, de l'Entretien industriel et du Traitement des Déchets solides — Intercirculation 72 - Salon des Techniques pour l'Amélioration de la Circulation — Interclima - Exposition des Techniques Internationales de Chauffage, du Froid et de la Climatisation	Paris 2 - 8 Junho - 72 8, R. de La Michordière, 75 — Paris - 2.º, França

MAGUE



Portão para o Hangar nº 6 da T.A.P. constituido por 9 folhas com as dimensões aproximadas de 23,0 m de comprimento x 17,0 m de altura e 2 guilhotinas com as dimensões aproximadas de 12,0 m de comprimento X 8,0 m de altura.

PONTES ROLANTES, GUINDASTES E APAR. DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS	*Projecto e fabrico*
TURBINAS HIDRÁULICAS	*Fabrico segundo licença de A. C. M. de Vevey, S. A.*
TURBINAS A VAPOR	*Fabrico segundo licença de Brown Boveri, Cie.*
CALDEIRAS A VAPOR	*Projecto e fabrico segundo licença de Foster Wheeler, Co.*
EQUIPAMENTOS E INSTALAÇÕES INDUSTRIAIS	

CONSTRUÇÕES METALOMECANICAS **MAGUE** S.A.R.L

ALVERCA DO RIBATEJO — PORTUGAL

A utilização de betão pronto impôs-se
ao dono da obra,
ao técnico responsável
e ao empreiteiro
porque garante qualidade,
rapidez e economia
em relação
a um betão fabricado em estaleiro.

Consulte-nos.

Os nossos serviços técnicos
e comerciais
terão o maior prazer em prestar
todo o apoio
e colaboração
que nos forem solicitados.

UMA NOVA MARCA DE BETÃO PRONTO

JOMATEL

EMPRESA ELECTRO-CERÂMICA, SARL

SEDE LARGO BARÃO DE QUINTELA, 3 — LISBOA

DISJUNTORES Mb 16

LIC. AEG

CARACTERÍSTICAS

- CORTE DUPLO
- CONTACTOS DE PRATA
- APERTO MECÂNICO PARA CONDUTORES ATÉ 4 mm²
- TERMINAL DE LIGAÇÃO DO FIO DE TERRA
- REGULAÇÃO: 9 TIPOS DE APARELHOS ENTRE 0,2 E 16 A CONFORME QUADRO ABAIXO
- TENSÃO NOMINAL 500 V
- CORRENTE INSTANTÂNEA NOMINAL NA LIGAÇÃO (Segundo VDE):
  COM RELÉS TÉRMICOS ATÉ 10 A: 240 A MAX.
  COM RELÉS TÉRMICOS DE 10 A 16 A: 380 A MAX.

GAMAS DE REGULAÇÃO

I — 0,2 a 0,35 A	VI — 2,5 a 4 A
II — 0,35 a 0,6 A	VII — 4 a 6 A
III — 0,6 a 1,0 A	VIII — 6 a 10 A
IV — 1,0 a 1,6 A	IX — 10 a 16 A
V — 1,6 a 2,5 A	

C. D. U. 627.82.04.001.57

COMPORTAMENTO ATÉ À ROTURA DE MATERIAIS PARA MODELOS SOB A ACÇÃO DE SOLICITAÇÕES TRIAXIAIS (*)

CARLOS PEREIRA DA COSTA
Engenheiro Civil, Especialista do Serviço de Barragens, do Laboratório Nacional de Engenharia Civil.

RESUMO

Estudam-se experimentalmente as características de resistência e de deformação de materiais para modelos — misturas de gesso-diatomite e argamassas — sob estados triaxiais de tensão. Descreve-se o equipamento utilizado, apresentam-se os resultados e as conclusões.

No final comparam-se os comportamentos desses materiais tendo em vista a sua utilização em modelos de barragens para ensaio até à rotura.

SYNOPSIS

The strength and deformation characteristics of materials for models — plaster-diatomite and mortar mixtures — are studied experimentally, under triaxial states of stress. The equipement used is described and the results and conclusions are given.

Finally, the behaviours of these materials are compared, with a view to using them in dam models for rupture tests.

1 — INTRODUÇÃO

Para o estudo em modelo do comportamento de "protótipos em deformação elástica" [1], basta, em geral, exigir que o material do modelo seja linearmente elástico e tenha o mesmo coeficiente de Poisson do material do protótipo. Contudo, quando se estuda o seu comportamento até à rotura, devem verificar-se outras propriedades dos materiais dos modelos, tais como as resistências à compressão e à tracção, a ductilidade e o critério de rotura para estados pluriaxiais de tensão [2, 3].

No presente artigo dá-se conta do estudo experimental realizado com o fim de averiguar o comportamento até à rotura de dois tipos diferentes de materiais para modelos — misturas de gesso-diatomite e argamassas — sob estados triaxiais de tensão, e verifica-se a aplicabilidade desses materiais a modelos de barragens de betão para ensaio até à rotura, de modo a satisfazerem as condições de semelhança [4].

2 — SISTEMA DE CARGA. MODO DE FUNCIONAMENTO

O sistema de carga (fig. 1) foi projectado para ensaio de provetes cilíndricos e era constituído essencialmente por uma câmara triaxial (fig. 2), dimensionada para uma pressão de óleo interior máxima de 1000 kgf/cm^2, e por uma prensa, projectada para uma carga máxima de 200 tf, em cujo prato superior se podiam incorporar macacos de diferente secção para aplicação de cargas verticais.

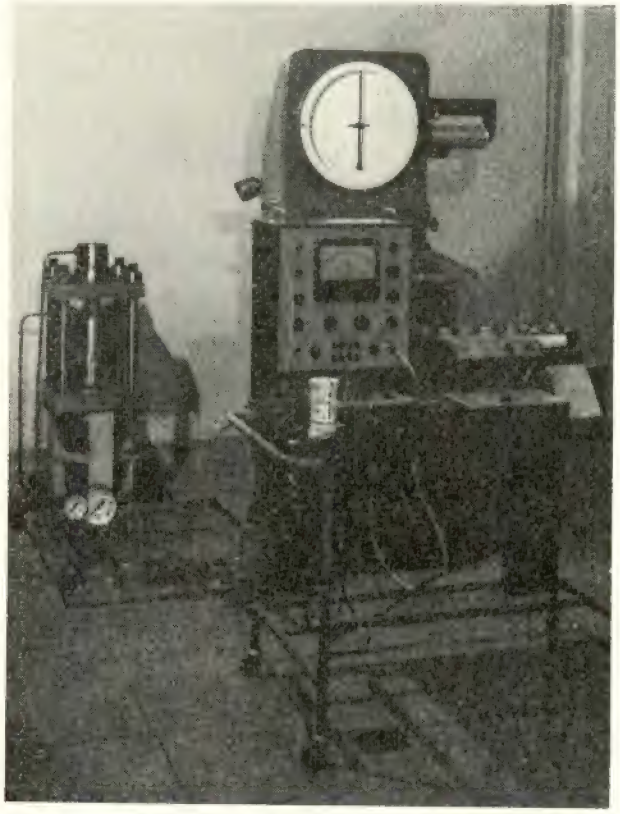


Fig. 1 — Montagem de ensaio. Aparelhagem de medida

(*) Recebido na redacção em 8-6-971.

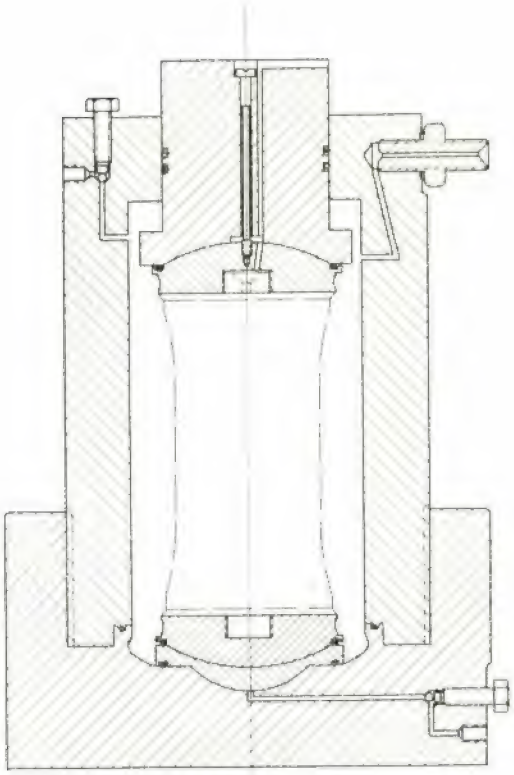


Fig. 2 — Câmara triaxial

O modo de funcionamento era o seguinte: óleo sob pressão, fornecido por um dinamómetro Amsler, derivava através duma válvula de alta pressão para dois circuitos independentes. Num ia accionar o macaco montado na prensa, o qual aplicava as cargas axiais no provete colocado dentro da câmara triaxial; no outro reproduzia directamente sobre o provete a pressão lateral.

Com os dois circuitos de óleo abertos simultâneamente efectuavam-se ensaios triaxiais de carga proporcional, isto é, em que a relação entre as tensões axiais e laterais reproduzidas no provete se mantinha constante até à rotura.

Tendo os provetes cilíndricos a forma e as dimensões indicadas na fig. 3, a tensão principal axial de compressão (σ_1) é dada pela expressão:

$$\sigma_1 = p\,\frac{A_m}{A_p} - p\,\frac{A'_p - A_p}{A_p} \qquad (1)$$

em que

p — é a pressão de óleo no sistema de carga;
A_m — é a área do macaco utilizado;
A_p e A'_p — são as áreas das secções central e de topo do provete, respectivamente.

Como as outras duas tensões principais ($\sigma_2 = \sigma_3$) são iguais à pressão de óleo p, a relação de proporcionalidade entre as tensões principais é dada pela expressão:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{A_m}{A_p} - \frac{A'_p - A_p}{A_p} \qquad (2)$$

Puderam também efectuar-se ensaios de compressão triaxial para valores dados de pressão lateral, interrompendo o respectivo circuito de óleo ao atingir-se o valor requerido.

Só com um ou outro circuito de óleo aberto realizavam-se ensaios de compressão simples ou de compressão diametral. Neste último caso, devido à forma dos provetes, resultava um ensaio triaxial em que a tensão principal axial era de tracção e cujo valor era dado pela segunda parcela da expressão (1).

3 — ESTUDO DAS MISTURAS DE GESSO-DIATOMITE

3.1 — *Generalidades*

Seleccionaram-se duas misturas de gesso (G), diatomite (D) e água (A) nas seguintes proporções ponderais:

$$\frac{A}{G} = 1{,}5 \quad \text{e} \quad \frac{G}{D} = 3$$

$$\frac{A}{G} = 1 \quad \text{e} \quad \frac{G}{D} = 10$$

as quais se passam a designar por G_1 e G_2, respectivamente.

Os espécimes destas misturas foram torneados, com a forma já indicada, a partir de blocos prèviamente moldados e secos numa estufa. Depois de acabados, foram pintados com goma-laca e conservados na sala de ensaios (temperatura 20 ± 1°C e humidade 55 ± 5%).

3.2 — *Programa experimental*

Os ensaios realizados tiveram por fim determinar as resistências e as deformações até à rotura daquelas misturas nas seguintes condições de solicitação:

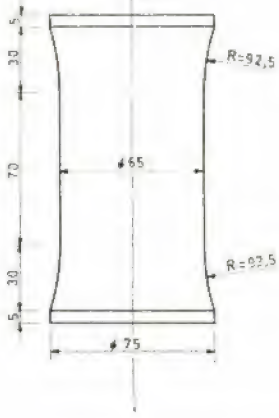


Fig. 3 — Forma e dimensões dos provetes

(1) Compressão simples;

(2) Compressão triaxial proporcional para relações $\sigma_1 / \sigma_3 = 1{,}3$; 2,9 e 5,4 e não proporcional para valores de $\sigma_3 = 5$, 10, 15, 20 e 30 kgf/cm²;

(3) Tracção axial com compressão diametral para relações $\sigma_1 / \sigma_3 = -0{,}33$; $-0{,}56$; $-0{,}86$ e $= 1{,}25$. Obtiveram-se as diversas relações σ_1 / σ_3 torneando provetes de secção central sucessivamente mais reduzida.

Nos ensaios triaxiais os provetes eram revestidos por membranas de latex a fim de os proteger de penetração de óleo (fig. 4).

A fim de verificar a influência da velocidade de aplicação das cargas, os ensaios de compressão simples e de compressão triaxial proporcional tiveram durações de cerca de 3 min, 20 min e 2 h. Os restantes ensaios tiveram a duração de cerca de 3 min.

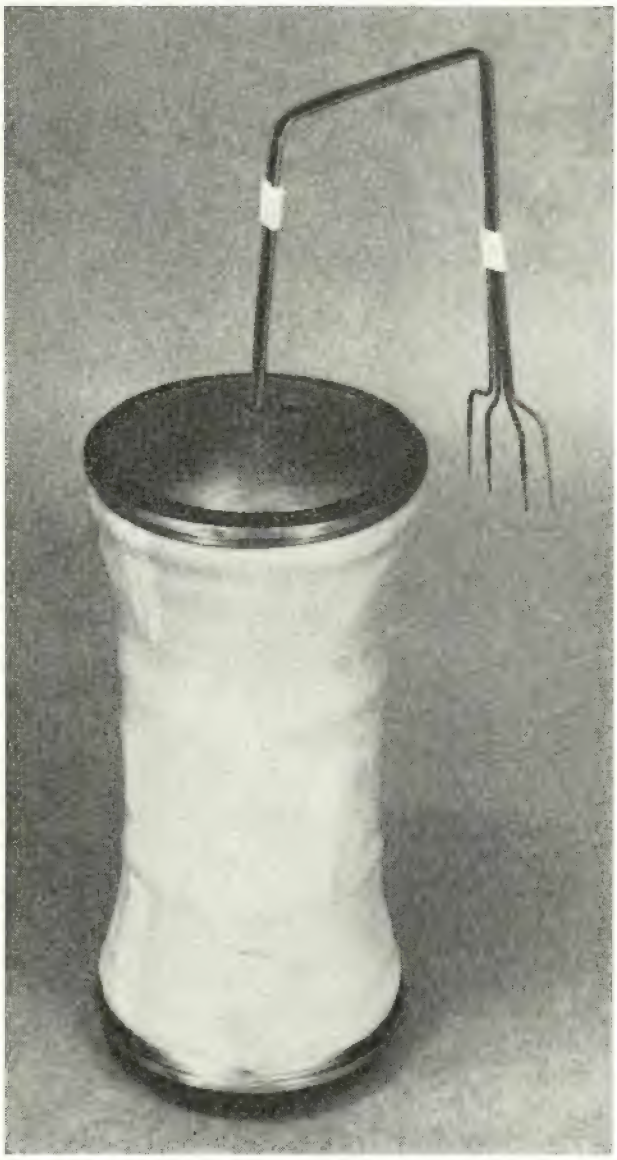


Fig. 4 — Provete antes de montado na câmara triaxial

Na medição das deformações utilizaram-se extensómetros eléctricos "Shinkoh S 21". A aparelhagem de leitura era constituída por um indicador "Brüel and Kjäer" e uma unidade igualizadora da mesma marca, aos quais estava ligado um registador automático. Na fig. 1 pode ver-se a aparelhagem referida.

Em cada tipo de ensaio utilizaram-se três provetes.

3.3 — *Análise dos resultados*

Em virtude dos desvios naturais das deformações medidas, não se verificou qualquer influência da velocidade de aplicação das cargas no comportamento elasto-plástico das misturas de gesso-diatomite, sob as condições de tensão estudadas. Por isso analisam-se os resultados dos ensaios em conjunto sem considerar as suas durações.

Na fig. 5 comparam-se as manchas dos diagramas tensões axiais-extensões axiais obtidos com as misturas G_1 e G_2 em compressão simples e em compressão triaxial proporcional. A figura mostra que as misturas de gesso-diatomite têm um comportamento plástico pouco acentuado, mesmo sob compressão triaxial. Nestas condições de tensão, as deformações na rotura são, dum modo geral, pouco maiores ou da mesma ordem de grandeza que as obtidas em compressão simples. Como seria de esperar, a mistura mais rica em gesso, G_2, tem um carácter mais frágil.

A fim de apreciar as características de resistência máxima das duas misturas de gesso-diatomite apresentam-se nas fig. 6 a 9 os diagramas das tensões principais e as envolventes de Mohr correspondentes aos estados de tensão na rotura. Estas figuras mostram que os resultados dos ensaios triaxiais de carga proporcional e de carga não proporcional se inserem bem nos mesmos diagramas. Nestas condições pode dizer-se que a sequência de aplicação das cargas não tem influência na resistência em compressão triaxial.

Os valores médios das resistências em compressão simples são de 30,4 e 64,4 kgf/cm², respectivamente, para as misturas G_1 e G_2. Como se pode ver nas fig. 6 e 7, a resistência destes materiais em compressão triaxial é pouco maior do que a sua resistência em compressão simples. Com efeito, a resistência aumenta de início com a pressão lateral para depois se atingir um limite máximo. Este limite é de cerca de 40 e 80 kgf/cm², respectivamente, para as misturas G_1 e G_2. Em consequência do comportamento de resistência destas misturas, as envolventes dos seus círculos de Mohr na rotura (fig. 8 e 9) são logo descendentes a partir do círculo correspondente à compressão simples.

Nos ensaios de tracção axial com compressão diametral, como mostram ainda as fig. 6 e 7, a tensão principal de tracção na rotura aumenta à medida que diminuem as tensões principais de compressão e tende para um valor limite que deve corresponder à resistência em tracção uniaxial. Nesta hipótese, a resistência à tracção simples seria de cerca de 7 e 14 kgf/cm², respectivamente, para as misturas G_1 e G_2, ou seja, cerca de 1/4 da resistência à compressão simples para ambas as misturas.

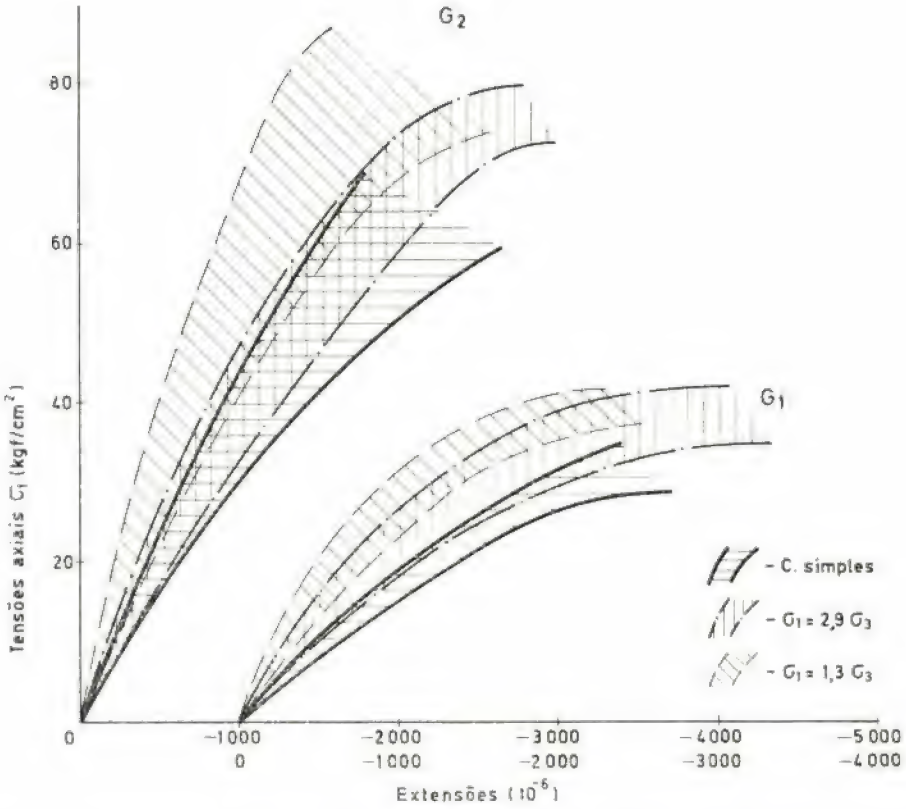


Fig. 5 — Comportamento deformacional em compressão simples e em compressão triaxial das misturas de gesso-diatomite G_1 e G_2

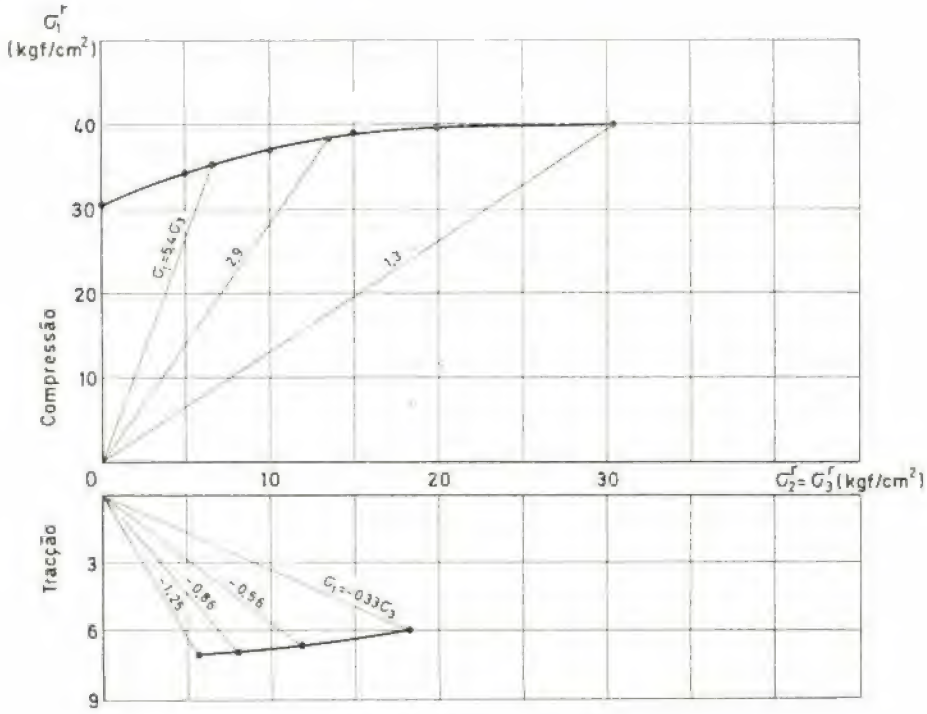


Fig. 6 — Mistura de gesso-diatomite G_1 — Relação entre as tensões principais na rotura

A rotura dos provetes não é generalizada, mas antes limitada a poucos planos de rotura, como se pode ver na fig. 10. Em compressão simples, a rotura deu-se quase sempre ao longo dum plano de escorregamento bem definido. Em compressão triaxial, a rotura deu-se por esmagamento em poucos planos quase horizontais. Neste caso, o material apresentava-se muito esfarelado nas zonas de rotura, portanto com as suas ligações internas totalmente destruídas. Em tracção-compressão, o plano de rotura era sempre distinto e orientado normalmente ao eixo do provete, traduzindo um tipo de rotura por descoesão ou de separação por tracção.

3.4 — *Conclusões*

Sob compressão triaxial, o comportamento das misturas de gesso-diatomite difere consideràvelmente do de materais como o betão e a argamassa [5, 6, 7, 8, 9]. Essa diferença de comportamento deve atribuir-se ao facto de aquelas misturas terem uma estrutura muito porosa e de não possuirem elementos inertes capazes de mobilizarem atrito interno. Com efeito, a interacção entre as partículas do agregado desempenha um papel muito importante nas elevadas resistências apresentadas pelos betões e pelas argamassas em compressão triaxial.

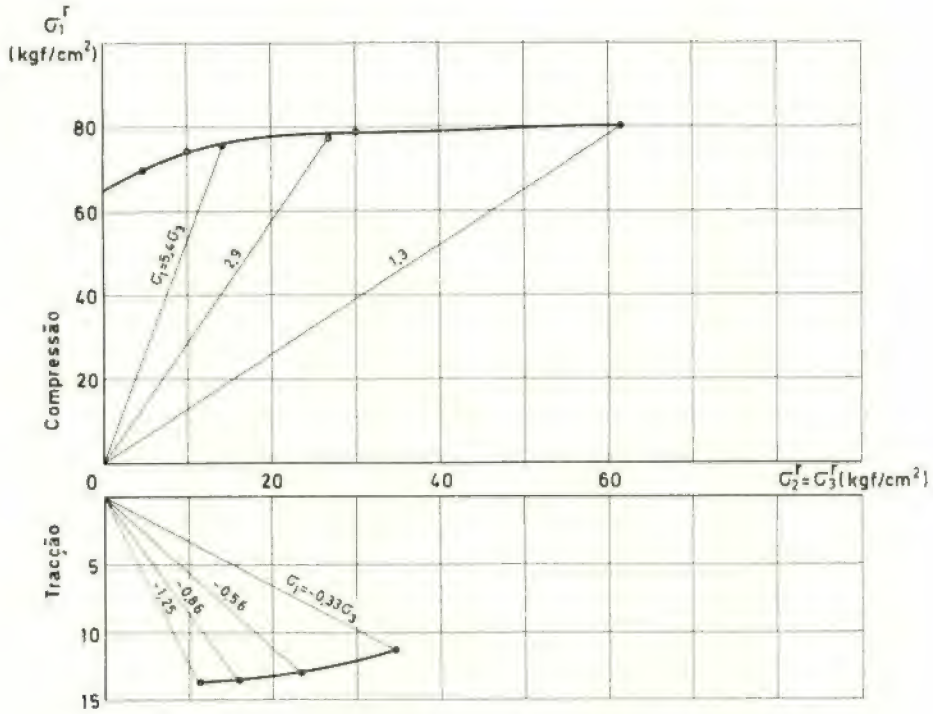


Fig. 7 — Mistura de gesso-diatomite G_2 — Relação entre as tensões principais na rotura

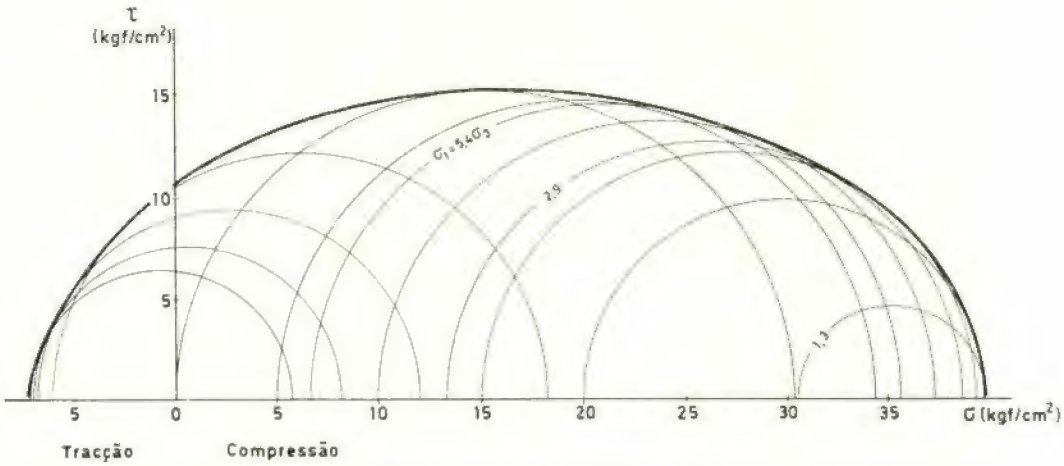


Fig. 8 — Mistura de gesso-diatomite G_1 — Envolvente de Mohr na rotura

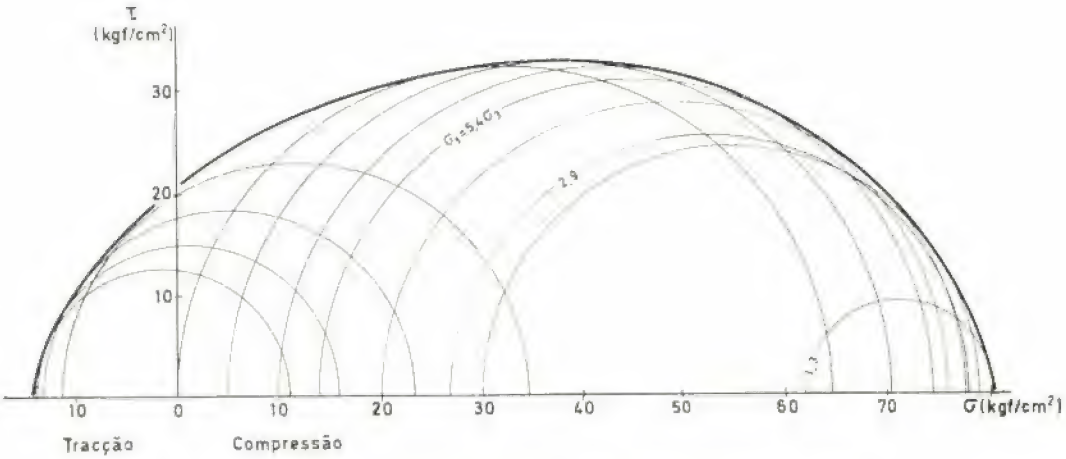
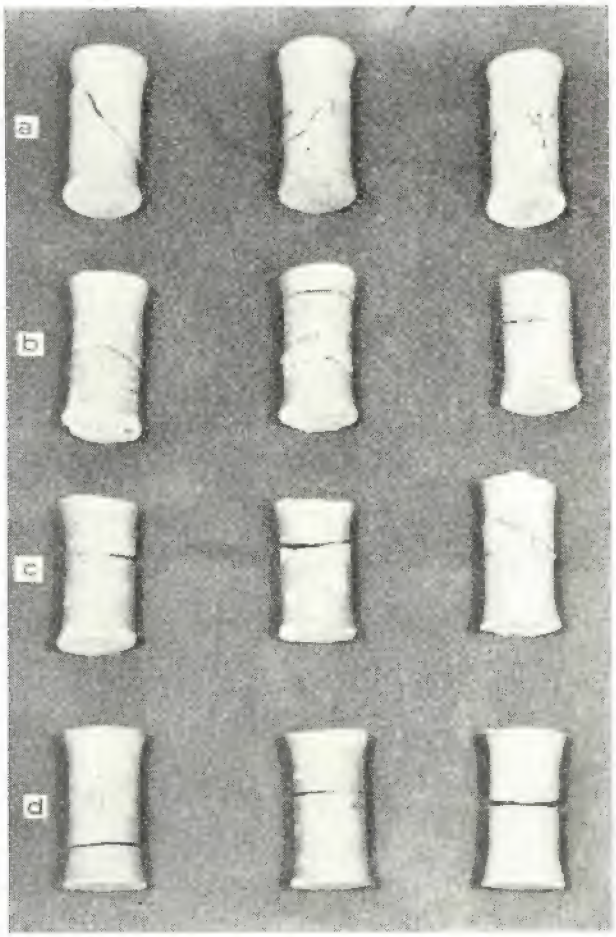


Fig. 9 — Mistura de gesso-diatomite G_2 — Envolvente de Mohr na rotura



a) compressão simples
b) compressão triaxial (G_1 / G_3 = 1,3)
c) compressão triaxial (G_1 / G_3 = 2,9)
d) tracção — compressão (G_1 / G_3 = — 0,33)

Fig. 10 — Modo de rotura dos provetes da mistura de gesso-diatomite G_1

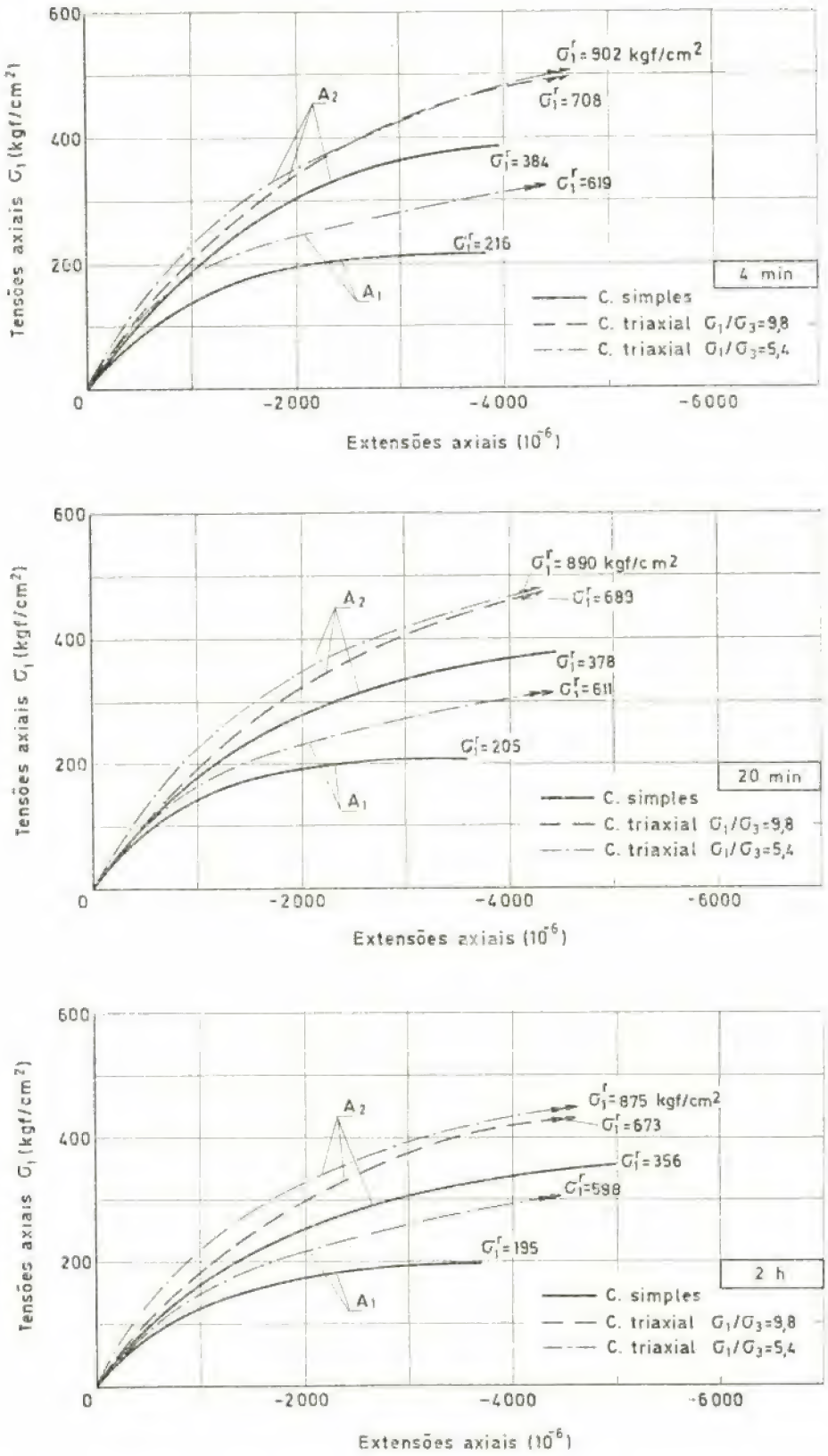


Fig. 11 — Influência da pressão lateral no comportamento deformacional das argamassas A_1 e A_2

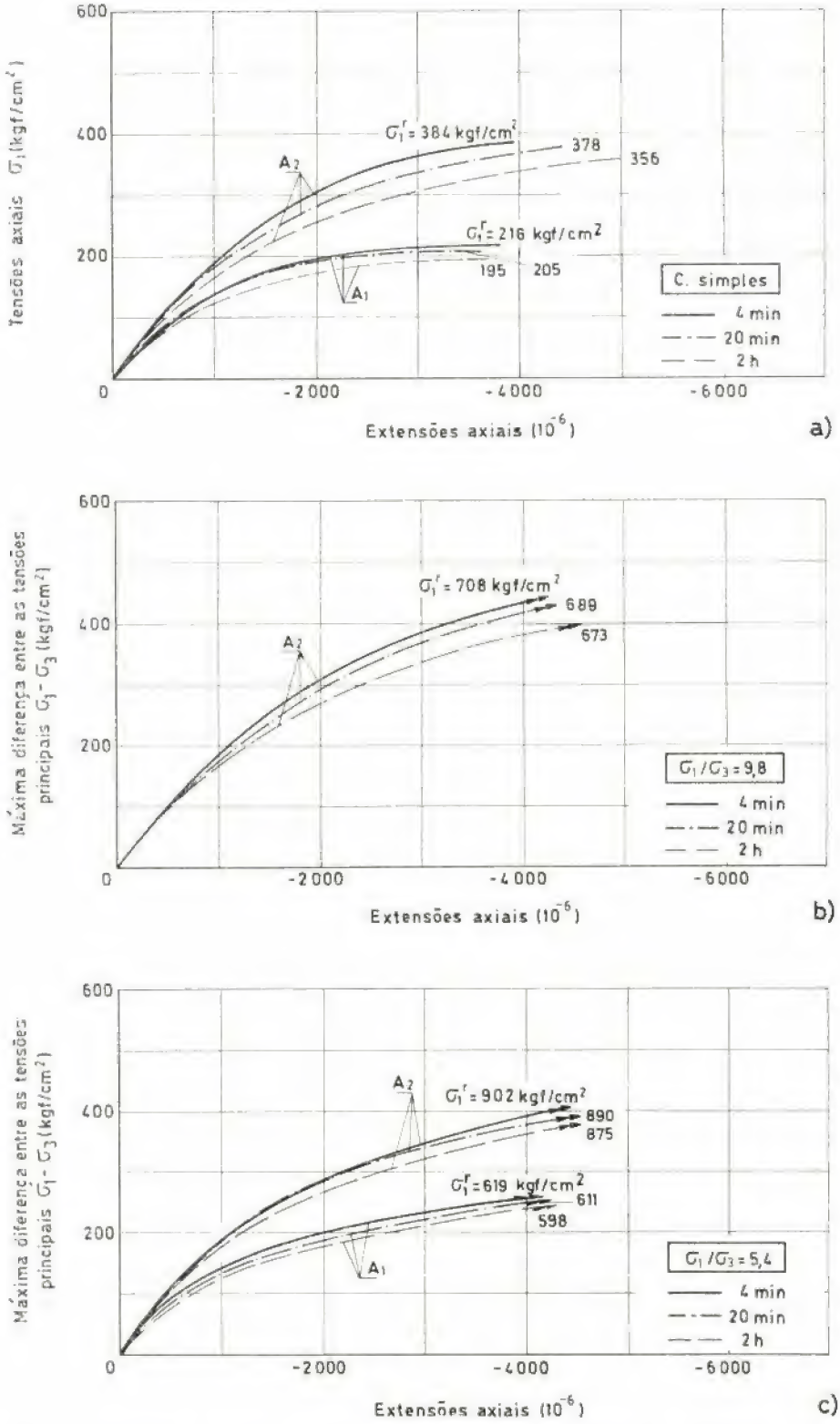
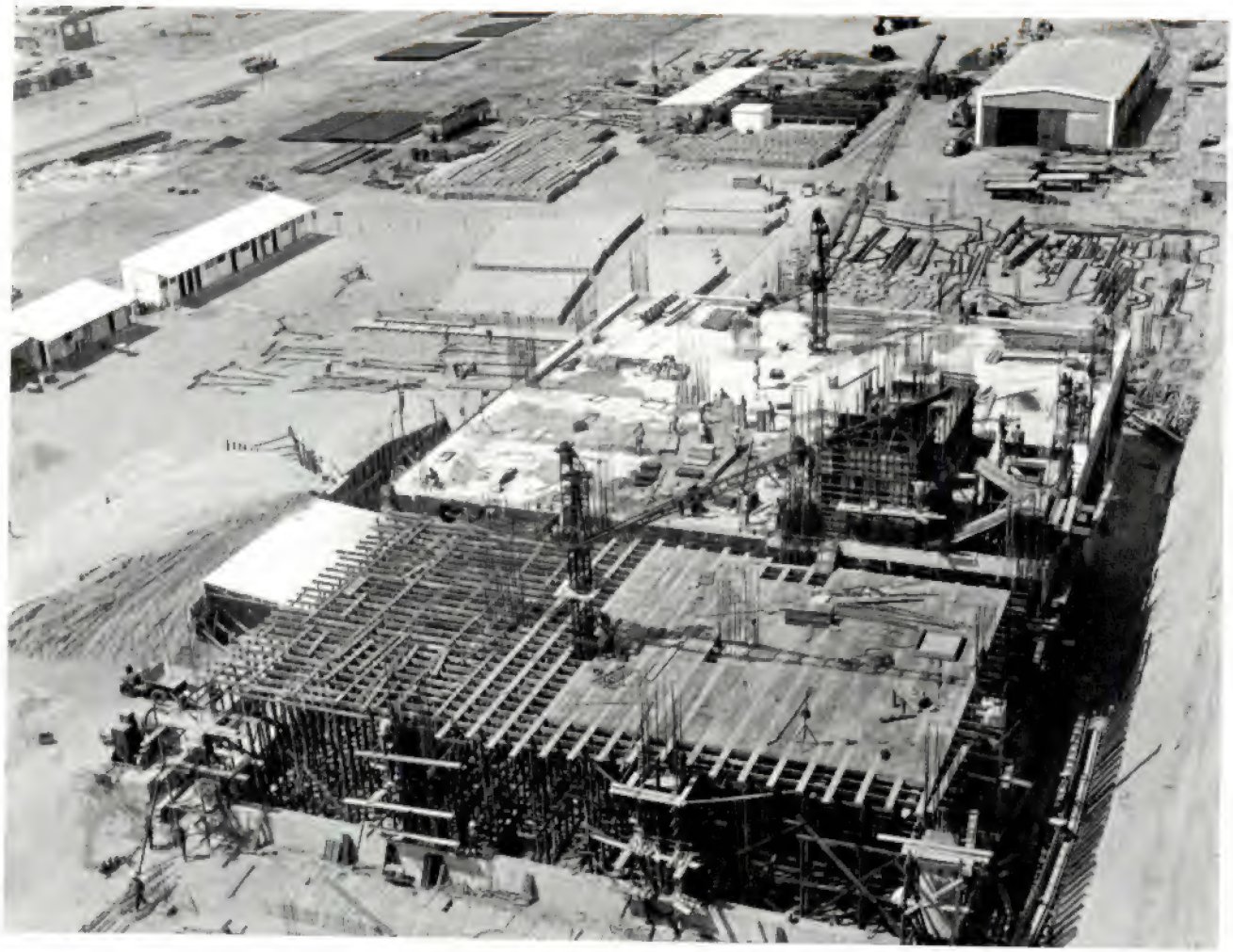


Fig. 12 — Influência da duração de ensaio no comportamento deformacional em compressão simples e em compressão triaxial das argamassas A_1 e A_2

é vasto o nosso campo de acção

6 DELEGAÇÕES NA METRÓPOLE E ULTRAMAR

CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, LDA.



SOCIEDADE DOS ARMADORES DE PESCA DE ANGOLA — Construção do Entreposto Frigorífico de Moçâmedes.

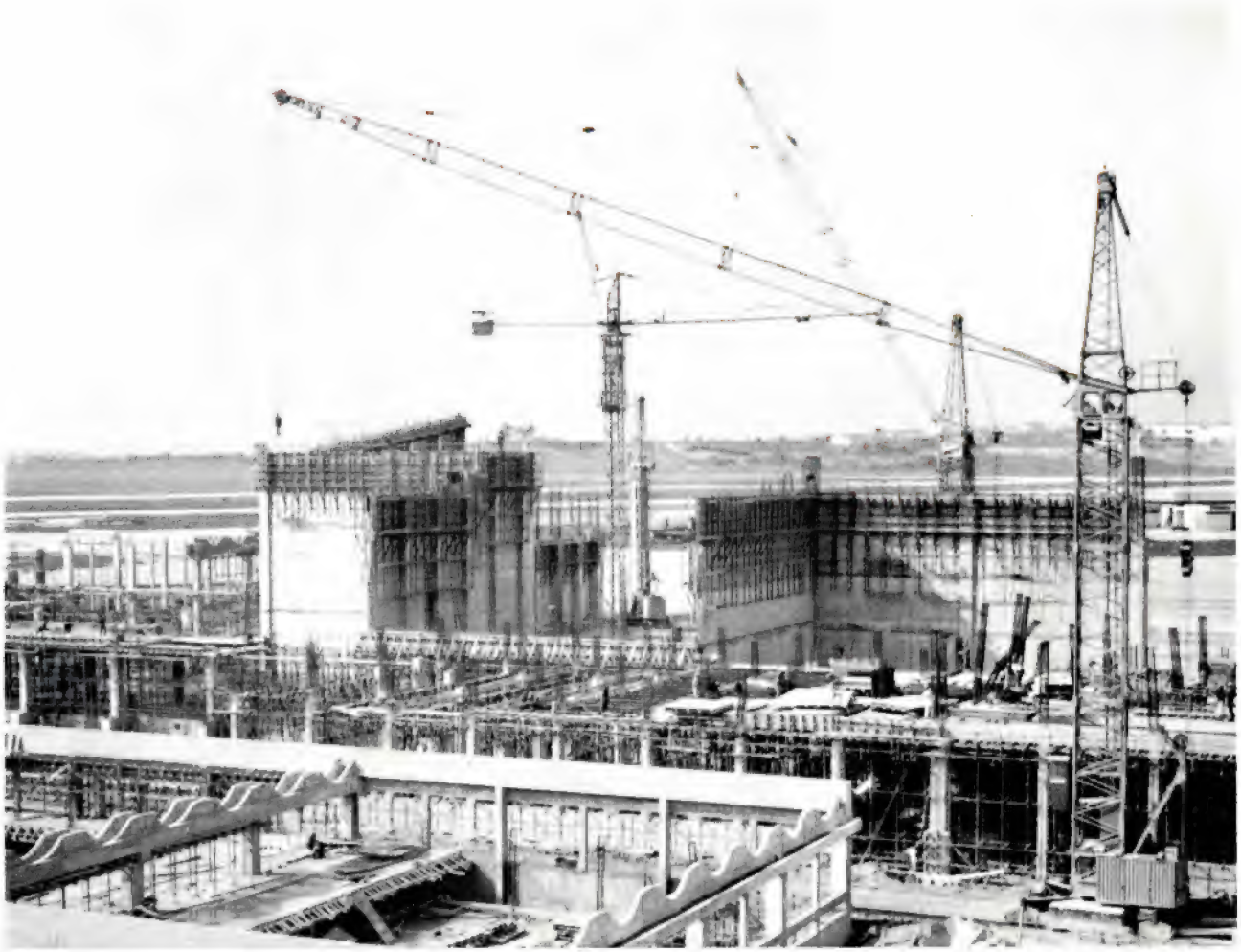
OBRAS PÚBLICAS
CONSTRUÇÃO CIVIL–INDUSTRIAL E URBANA

PROSPECÇÃO GEOTÉCNICA • FUNDAÇÕES ESPECIAIS • CONSOLIDAÇÕES
OBRAS MARÍTIMAS E PORTUÁRIAS • PONTES E VIADUTOS • SILOS E CHAMINÉS
INSTALAÇÕES INDUSTRIAIS

é vasto o nosso campo de acção

6 DELEGAÇÕES NA METRÓPOLE E ULTRAMAR

CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, LDA.



TRANSPORTES AÉREOS PORTUGUESES — Aeroporto de Lisboa — Construção do Hangar n.º 6 para «BOEINGS» — 747 — (Jactos para 370 passageiros).

OBRAS PÚBLICAS
CONSTRUÇÃO CIVIL—INDUSTRIAL E URBANA

PROSPECÇÃO GEOTÉCNICA • FUNDAÇÕES ESPECIAIS • CONSOLIDAÇÕES
OBRAS MARÍTIMAS E PORTUÁRIAS • PONTES E VIADUTOS • SILOS E CHAMINÉS
INSTALAÇÕES INDUSTRIAIS

As misturas de gesso-diatomite esgotam muito ràpidamente a sua capacidade resistente, pois dá-se o colapso estrutural antes de se poderem atingir tensões normais médias elevadas. O que comanda o colapso estrutural parece ser, ao menos fenomenològicamente, um valor limite da deformação, já que as deformações na rotura são da mesma ordem de grandeza tanto em compressão simples como em compressão triaxial.

4 — ESTUDO DAS ARGAMASSAS

4.1 — *Generalidades*

As duas argamassas estudadas foram feitas com cimento portland Liz e areia de Salvaterra de módulo de finura 2,92.

A argamassa A_1 tinha a seguinte composição em peso:

$$\frac{\text{Areia}}{\text{Cimento + Pó}} = 2{,}5 \qquad \frac{\text{Areia}}{\text{Cimento + Pó}} = 0{,}45$$

$$\frac{\text{Cimento}}{\text{Pó}} = 1$$

A argamassa A_2, mais rica em cimento, tinha a composição em peso:

$$\frac{\text{Areia}}{\text{Cimento + Pó}} = 0{,}7 \qquad \frac{\text{Areia}}{\text{Cimento + Pó}} = 0{,}35$$

$$\frac{\text{Cimento}}{\text{Pó}} = 4$$

Os provetes da argamassa A_1 tinham também a forma já indicada na fig. 3 e foram moldados em cilindros metálicos revestidos interiormente por moldes de borracha de silicone. Por sua vez, os provetes da argamassa A_2 eram cilindros com 14 cm de altura e 5 cm de diâmetro e foram feitos em moldes metálicos.

Os provetes foram fabricados em séries de 5 e eram desmoldados ao fim de 24 h e, em seguida, mantidos em câmara saturada durante 10 dias. Ao fim desse tempo eram conservados na sala de ensaios. Cada série de provetes era aferida pela resistência à compressão simples de 5 provetes cilíndricos de 7,5 × 14 cm provenientes da mesma moldagem. Os provetes das argamassas A_1 e A_2 foram ensaiados aos 90 e aos 28 dias respectivamente.

4.2 — *Programa experimental*

Determinaram-se as resistências e as deformações das argamassas nas seguinte condições de solicitação:

(1) Compressão simples;

(2) Compressão triaxial proporcional para relações $\sigma_1 / \sigma_3 = 5{,}4$ e 9,8 e não proporcional para valores de $\sigma_3 = 10, 20, 40, 60, 80, 100, 120$ e 140 kgf/cm²;

(3) Tracção axial com compressão diametral em que $\sigma_1 / \sigma_3 = -0{,}33$, só para a argamassa A_1.

Para proteger os provetes de penetração de óleo foram também usadas membranas de latex.

Os ensaios de compressão simples e de compressão triaxial proporcional foram realizados com velocicidades de aplicação de carga a que correspondiam durações de ensaio até à rotura de, aproximadamente, 4 min, 20 min e 2 h.

Na medição de deformações utilizaram-se extensómetros eléctricos "Baldwin SR4-A5". Em cada tipo de ensaio utilizaram-se 3 a 5 provetes.

4.3 — *Análise dos resultados*

O comportamento deformacional das argamassas A_1 e A_2 em compressão simples e em compressão triaxial proporcional pode ver-se na fig. 11, onde se traçaram as respectivas curvas médias tensões axiais-extensões axiais para as três durações de ensaio consideradas. Estas curvas médias foram determinadas pelo método dos mínimos quadrados. Junto de cada curva indica-se a tensão axial média na rotura (σ_1^r).

As curvas relativas à compressão simples mostram que as argamassas ensaiadas têm um comportamento muito plástico, o qual é mais acentuado na argamassa A_1, pois que esta exibe um nítido patamar de plasticidade.

Os diagramas relativos à compressão triaxial não são completos, pois não se registaram as deformações elevadíssimas que os provetes sofreram até à rotura.

A fig. 12 mostra que a duração de ensaio influencia o comportamento das argamassas. Contudo, dum modo geral, essa influência só foi sensível para aplicações muito lentas da carga (ensaios de 2 h), nomeadamente, para a argamassa mais rica em cimento (A_2).

A partir dos valores médios das tensões de rotura, traçaram-se, para os ensaios efectuados com a duração de 4 min, os diagramas das tensões principais e as envolventes de Mohr correspondentes aos estados de tensão que se verificavam na rotura (fig. 13 a 16). Estas figuras mostram que a pressão lateral aumenta substancialmente a resistência máxima das argamassas e que não se atingiu um valor limite na gama de pressões laterais aplicadas. Porém, a taxa de aumento da resistência máxima é maior para as pressões laterais mais baixas.

O modo de rotura dos argamassas A_1 e A_2 pode observar-se nas fig. 17 e 18, respectivamente. Em compressão simples, a rotura deu-se geralmente segundo um plano inclinado bem distinto (fig. 17-a e 18-a). Em compressão triaxial acentuou-se o caracter plástico da rotura, notando-se um nítido abaulamento da superfície dos provetes submetidos a maior constrangimento lateral (fig. 17-b e 18-c). Em tracção axial com compressão diametral, os provetes da argamassa A_1 romperam abruptamente segundo planos normais à direcção das tensões de tracção (fig. 17-c).

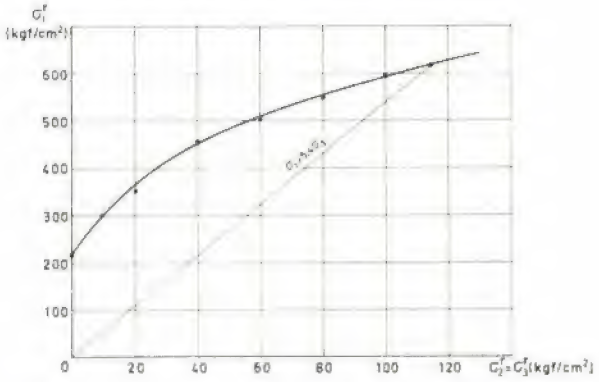


Fig. 13 — Argamassa A_1 — Relação entre as tensões principais na rotura

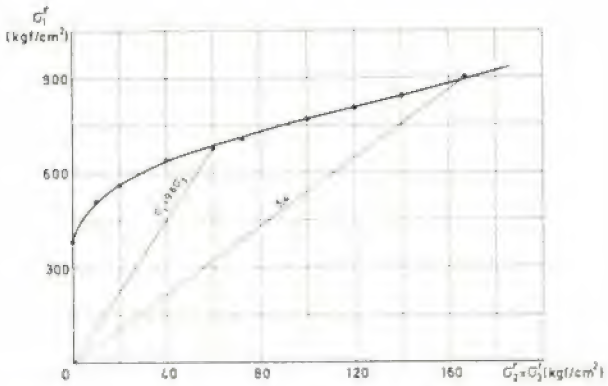


Fig. 14 — Argamassa A_2 — Relação entre as tensões principais na rotura

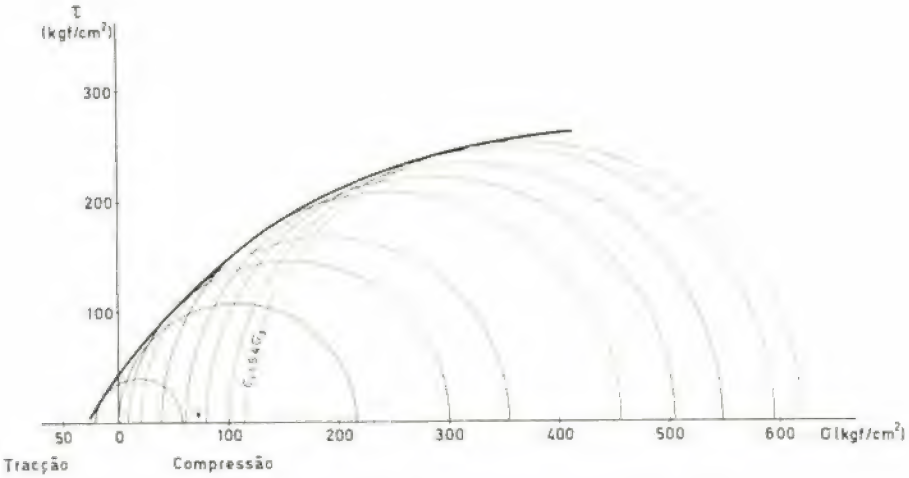


Fig. 15 — Argamassa A_1 — Envolvente de Mohr na rotura

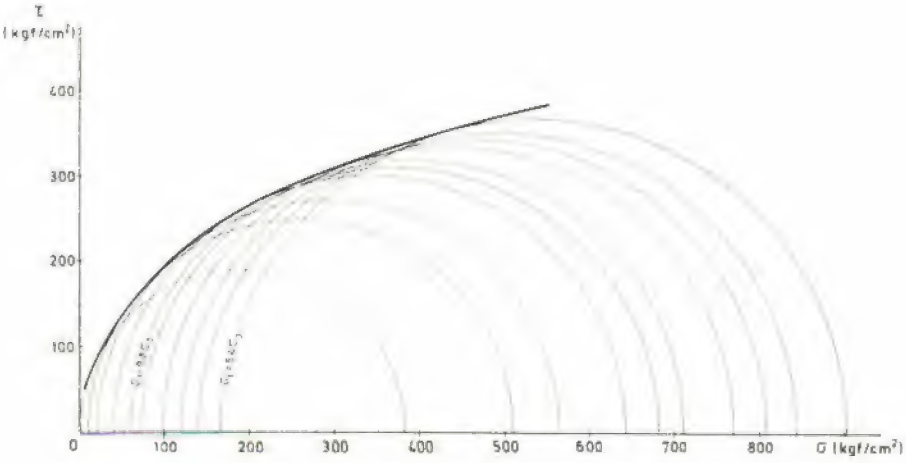
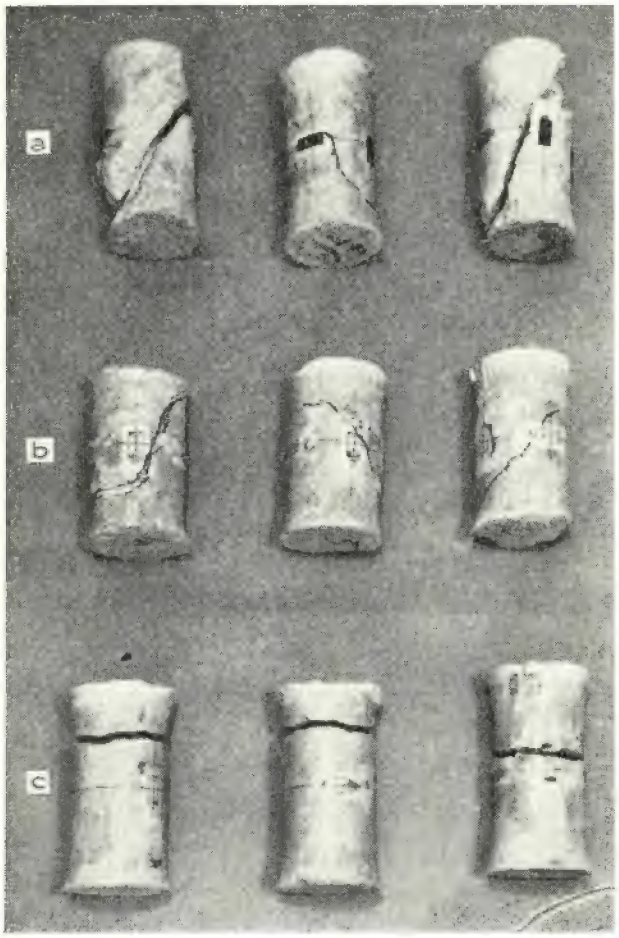


Fig. 16 — Argamassa A_2 — Envolvente de Mohr na rotura.



a) compressão simples
b) compressão triaxial ($G_1 / G_3 = 5{,}4$)
c) tracção — compressão ($G_1 / G_3 = -0{,}33$)

Fig. 17 — Modo de rotura dos provetes da argamassa A_1

a) compressão simples
b) compressão triaxial ($G_1 / G_3 = 9{,}8$)
c) compressão triaxial ($G_1 / G_3 = 5{,}4$)

Fig. 18 — Modo de rotura dos provetes da argamassa A_2

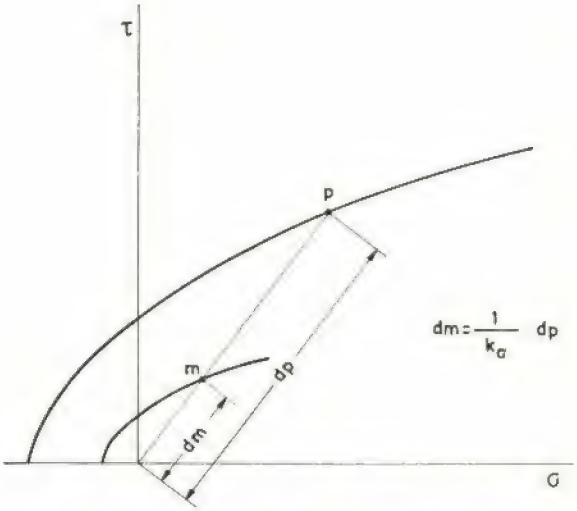


Fig. 19 — Semelhança das envolventes de Mohr

4.4 — *Conclusões*

As argamassas A_1 e A_2 mostram um comportamento sob compressão triaxial semelhante ao que é apontado na bibliografia [5, 6, 7, 8, 9] para betões e argamassas nas mesmas condições de tensão. Nestes materiais as roturas localizadas devidas à microfissuração [10, 11] e a sua consequente diminuição de resistência não provocam uma rotura generalizada imediata. Isto mostra a sua capacidade de redistribuição de tensões e traduz-se por uma acentuação do seu comportamento plástico. Em compressão triaxial o atrito desenvolvido pelos agregados confere a estes materiais elevadas resistências, tanto maiores quanto maior for o constrangimento lateral.

5 — AS MISTURAS DE GESSO-DIATOMITE E AS ARGAMASSAS COMO MATERIAIS DE MODELOS DE BARRAGENS A ENSAIAR ATÉ À ROTURA

5.1 — *Generalidades*

O estabelecimento das condições de semelhança correspondentes à geometria, propriedades dos materiais e solicitações do modelo e do protótipo tem sido tratado por diversos autores [1, 12]. No que respeita às características de resistência sob a acção de solicitações triaxiais, a verificação da semelhança dos materiais dos modelos e do protótipo pode fazer-se comparando as respectivas curvas intrínsecas de resistência (envolventes de Mohr) [13].

Então, para que haja semelhança, as envolventes de Mohr dos materiais do modelo e do protótipo (fig. 19) devem corresponder-se conforme as relações:

$$\sigma_m = \frac{1}{K_\sigma}\,\sigma_p \quad \text{e} \quad \tau_m = \frac{1}{K_\sigma}\,\tau_p \qquad (3)$$

sendo $1/K_\sigma$ a escala das tensões. Os pontos homólogos das curvas situam-se sobre segmentos que passam pela origem a distâncias que estão entre si na relação:

$$\frac{dm}{dp} = \frac{1}{K_\sigma} \qquad (4)$$

5.2 — *Comparação das propriedades das misturas de gesso-diatomite, das argamassas e do betão*

A partir de resultados colhidos da bibliografia [6, 7, 8, 9], e com vista a apreciar a resistência do betão em compressão triaxial, traçou-se um gráfico (fig. 20) cujas coordenadas representam as tensões principais na rotura referidas à resistência em compressão simples dos diversos betões ensaiados. Esta varia de 65 a 280 kgf/cm², mas os pequenos desvios que se verificam, especialmente na parte inferior da curva, mostram que os diferentes betões apresentam um comportamento muito semelhante em compressão triaxial.

Na fig. 21 comparam-se as envolventes de Mohr das misturas gesso-diatomite e das argamassas estudadas, bem como as envolventes obtidas por Fumagalli [8, 13] com três betões de resistências 145, 245 e 400 kgf/cm². As coordenadas do diagrama são adimensio-

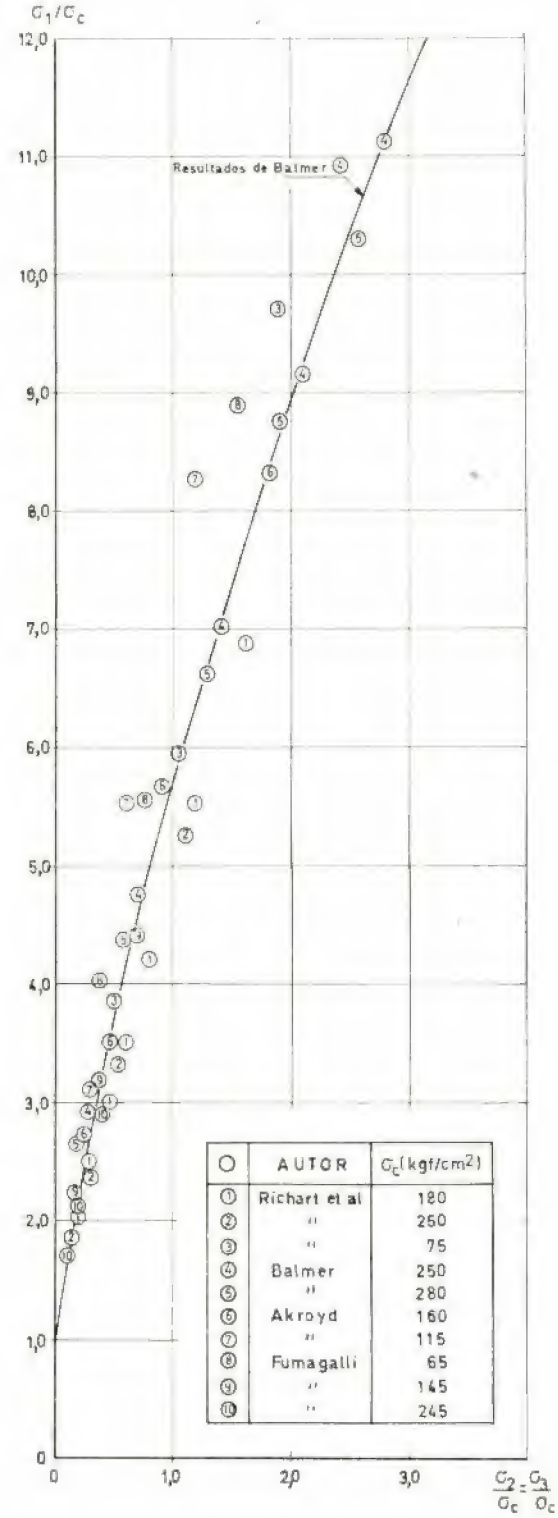


Fig. 20 — Resultados de ensaios de betões em compressão triaxial

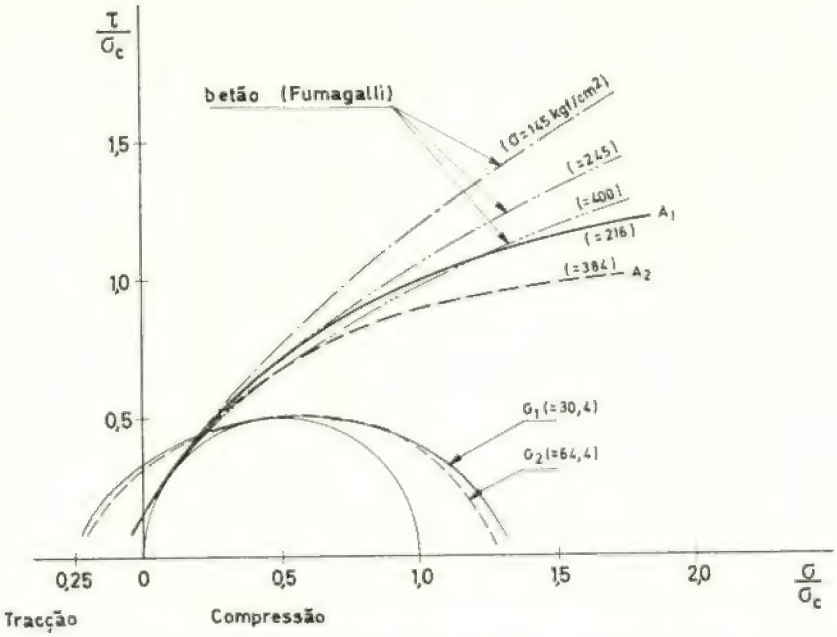


Fig. 21 — Curvas intrinsecas de resistência dos materiais de modelos e de betões

nais, em função das resistências em compressão simples, para se poder verificar a semelhança dos materiais por comparação directa das curvas.

Pela simples observação desta figura conclui-se que, em estruturas onde os estados de compressão triaxial sejam importantes, as misturas de gesso-diatomite não podem simular o comportamento de resistência do material do protótipo. Em elementos de volume sujeitos a compressão triaxial a rotura no modelo dar-se-ia para tensões mais baixas em relação às correspondentes a eventual rotura na estrutura real.

Por sua vez as argamassas A_1 e A_2 apresentam razoável semelhança em relação aos betões com resistências em compressão simples da mesma ordem de grandeza, sendo as envolventes pràticamente coincidentes para tensões normais baixas.

Na prática, em regra, o constrangimento lateral não é muito grande. A fim de dar conta da sua importância no comportamento dos materiais, traçou-se um gráfico (fig. 22), onde, em ordenadas, se representa a relação entre a tensão principal axial na rotura e a resistência em compressão simples (σ_1^r / σ_c), e, em abcis-

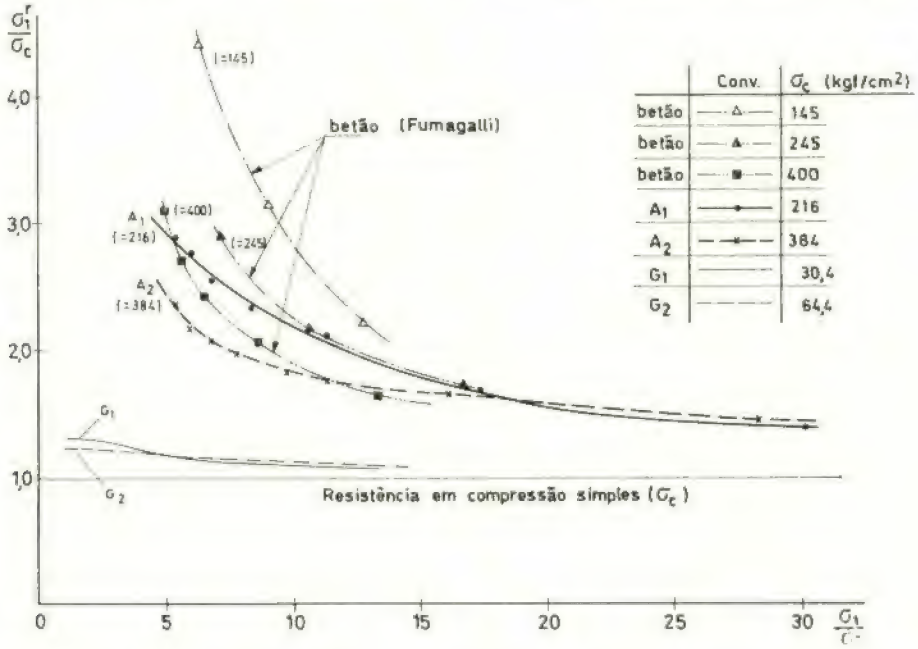


Fig. 22 — Influência do constrangimento lateral na resistência dos materiais de modelos e de betões

sas, a relação σ_1/σ_3 no instante da rotura, cujo inverso quantifica o constrangimento lateral. Uma vez que as coordenadas são adimensionais as curvas devem coincidir para que haja semelhança.

Este gráfico permite verificar que a semelhança entre as argamasas e os betões com idênticas resistências em compressão simples, como se referiu atrás, é satisfeita para valores σ_1/σ_3 superiores a cerca de 10, isto é, para contrangimentos laterais relativamente pequenos. Quanto mais fracos são os betões ou as argamassas, maiores são os aumentos de resistência em compressão triaxial em relação à resistência em compressão simples; esses aumentos são maiores para os betões do que para as argamassas com resistências em compressão simples da mesma ordem de grandeza, devido ao efeito de atrito ou de interacção entre os agregados, o qual é independente da resistência dos materiais e é mais manifesto nos betões por estes possuirem agregados de maiores dimensões. Como resultado, as curvas intrínsecas de resistência das argamassas são um pouco menos abertas que as dos betões com idênticas resistências em compressão simples (fig. 21). No gráfico da fig. 22 as curvas corespondentes às misturas de gesso-diatomite situam-se significativamente abaixo das correspondentes aos outros materiais.

A resistência à tracção das misturas de gesso-diatomite é elevada relativamente à das argamassas e à do betão. Segundo os ensaios realizados, em tracção, as envolventes das misturas de gesso-diatomite situam-se por cima da envolvente da argamassa A_1 (fig. 21). O facto de os materiais dos modelos apresentarem resistências em tracção comparativamente superiores à do material do protótipo pode afectar o modo de rotura nos modelos, evitando eventuais roturas por tracção.

5.3 — *Aplicação aos ensaios de rotura dos modelos de barragens*

A interpretação do comportamento até à rotura dos modelos de barragens de betão impõe a consideração de situações nas quais os materiais estão sujeitos a solicitações bi- e triaxiais. Com efeito, os elementos de volume das barragens de betão, incluídas as barragens - abóbada, estão em regra submetidos a um estado biaxial de tensão, com predominância da grandeza de uma das tensões. No entanto, os elementos da vizinhança da face de montante, em virtude da pressão hidrostática, encontram-se submetidos a um estado triaxial de tensão assim como os elementos vizinhos da fundação, em resultado da restrição que esta impõe às deformações [14].

Se se admitir que não existem tensões de tracção, a rotura das barragens deverá iniciar-se nas regiões onde se localizam as maiores compressões ou seja, em geral, no paramento de montante, na parte superior da abóbada no fecho dos arcos e, no paramento de jusante, junto à fundação [15].

Uma vez que nessas regiões existem estados triaxiais de compressão, embora com as maiores tensões principais de muito maior grandeza que as menores, o constrangimento lateral mesmo pequeno aumenta consideràvelmente a resistência do betão. Como se viu (fig. 22), as argamassas acompanham muito de perto esses aumentos de resistência, enquanto que as misturas de gesso-diatomite têm resistências muito inferiores nas mesmas condições de tensão. Deste modo, a rotura dos modelos realizados com misturas de gesso-diatomite, a qual se inicia normalmente por plastificação junto à fundação e no paramento de montante no fecho dos arcos superiores, deve ser prematura devido à menor resistência desses materiais em compressão triaxial.

Contudo, nas regiões próximas do paramento de jusante um pouco afastadas das fundações, onde ainda existem grandes compressões, e nas regiões do fecho dos arcos a jusante, cuja plastificação provoca o colapso final do modelo, uma das tensões é nula e as outras são de compressão, isto é, predominam os estados de compressão biaxial. A resistência do betão e das argamassas nestas condições de tensão é ligeiramente superior à sua resistência em compressão simples e a rotura dá-se por descoesão ou separação por tracção [6, 16, 17, 18]. Não se realizaram ensaios nestas condições de tensão, mas será talvez de admitir que também a resistência das misturas de gesso-diatomite em compressão biaxial não seja muito maior que em compressão simples, apesar da sua comparativamente maior resistência à tracção.

Não basta que os critérios de rotura dos materiais do modelo e do protótipo sejam semelhantes, é preciso ainda que os seus diagramas tensões-deformações sejam homotéticos para que a distribuição das tensões no modelo, no instante da rotura, esteja também segundo a escala das tensões ($1/K_\sigma$). Como se verificou nos ensaios realizados e à semelhança do que se passa no betão [6, 7, 10], a plasticidade das argamassas é consideràvelmente acentuada sob estados de compressão triaxial, ao contrário das misturas de gesso-diatomite que têm um carácter bastante mais frágil nas mesmas condições de tensão. Assim, as misturas de gesso-diatomite simulam deficientemente o fenómeno de redistribuição de tensões em certas regiões localizadas das barragens, intimamente associado com a capacidade de betão de sofrer grandes deformações.

Recentemente verificou-se [19] que os coeficientes de segurança e de adaptação obtidos pelo ensaio até à rotura de modelos feitos de misturas de gesso-diatomite são menores que os determinados por meio de modelos de argamassas, portanto do lado da segurança.

BIBLIOGRAFIA

[1] — ROCHA, M. — Dimensionamento experimental das estruturas — Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Publicação n.º 21, Lisboa, 1952.

[2] — ROCHA, M. — Structural model techniques — Some recent developments — Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Memória n.º 264, Lisboa, 1965.

[3] — LITLE, W. A., COHEN, E. e SOMERVILLE, G. — Confidence levels — ACI Structural Models Symposium, Paper No. 4, Los Angeles, March, 1968.

[4] — COSTA, C. P. — Estudo do comportamento até à rotura de materiais para a construção de modelos, sob a acção de solicitações triaxiais — Relatório do Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Proc. 42/5/3446, Agosto, 1969 — Tese apresentada a concurso para especialista do LNEC.

[5] — RICHART, F. E.; BRANDTZAEG, A. e BROWN, R. L. — A study of the failure of concrete under combined compressive stresses — University of Illinois Bulletin No. 185, November, 1928.

[6] — BALMER, G. — Shearing strength of concrete under high triaxial stress — Bureau of Reclamation, Struct. Res. Lab. Report No. SP - 23, October, 1949.

[7] — AKROYD, T. N. W. — Concrete under triaxial stress — Magazine of Concrete Research, Vol. 13, No. 39, November, 1961.

[8] — FUMAGALLI, E. — Caratteristiche di resistenza dei conglomerati cementizi per stati di compressione pluriassiali — ISMES, 30, Bergamo, Ottobre, 1965.

[9] — McCREATH, D. R.; NEWMAN, J. B. e NEWMAN, K. — The influence of aggregate particles on the local strain distribution and fracture mechanism of cement paste during drying, shrinkage and loading to failure — Bulletin RILEM, Vol. 2, n.° 7, Janvier - Férvrier, 1969.

[10] — HSU, T. C.; SLATE, F. O.; STURMAN, G. M. e WINTER, G. — Microcracking of plain concrete and the shape of the stress-strain curve — Journal ACI, Proc. V. 60, No. 2, February, 1963.

[11] — KRISHNASWAMY, K. T. — Strength and micro cracking of plain concrete under triaxial compression — Journal of ACI, Proc. V. 65, No. 10, October, 1968.

[12] — BEAUJOINT, N. — Similitude et théorie des modèles — Bulletin RILEM, n.° 7. Juin, 1960.

[13] — FUMAGALLI, E. — Matériaux pour modèles réduits et installations de charges — Bulletin RILEM, N° 8, Septembre, 1960.

[14] — ROCHA, M. — Determinação experimental de coeficientes de segurança das barragens de betão em relação à rotura — Relatório do Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Proc. 42/1/533, Janeiro, 1965.

[15] — FERREIRA, M. J. E. — Comportamento até à rotura de modelos de barragens - abóbada — Relatório do Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Proc. 42/1/533, Fevereiro 1964 — Tese apresentada a concurso para especialista do LNEC.

[16] — WEIGLER, H. e BECKER, G. — Uber das Bruch- und Verformungsverhalten von Beton bei mehrachsiger Beanspruchug — Der Bauingenieur, Heft 10, Oktober, 1961.

[17] — KUPFER, H. — Das Verhalten des Betons unter zweiachsiger Beanspruchung — Lehrstuhl für Massivbau Technische Hochschule, Bericht 78, München, 1969.

[18] — ROBINSON, G. S. — Behavior of concrete in biaxial compression — Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 93, No. ST1, February, 1967.

[19] — AZEVEDO, M. C. e FERREIRA, M. J. E. — Estudo da rotura de barragens - abóbada — Relatório do Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Proc. 42/8/533, Maio, 1970.

FEIRAS, CONFERÊNCIAS, EXPOSIÇÕES E CURSOS NO MUNDO

OBJECTIVO E PROGRAMA	LOCAL, DATAS, ORGANIZAÇÃO INFORMAÇÕES
Salon de la Machine à Bois et des Industries du Bois	Paris, 2 - 8 Junho - 72
40.ª Feira Internacional de Amostras	Barcelona, 3 - 13 Junho - 72
Curso Internacional sobre Corrosão e Protecção da Corrosão	Barcelona, 3 - 15 Junho - 72 Sección Técnica de Química de la Asociación de Ingenieros Industriales, Via Layetana 39 — Barcelona - 3
Impressos e outra documentação básica do serviço de aproviscionamento	Lisboa, 5 - 7 Junho - 72 COPRAI
VI Congresso Internacional sobre Fundicion a Presion	Veneza 5 - 9 Junho - 72 Ciudad Universitaria, Madrid - 3 Espanha
3ème Conference International sur la Production Thermoionique d'Energie Électrique	Juliers (R. F. A.) 5 - 9 Junho - 72
Salão Internacional de Matérias Plásticas Reforçadas	Londres, 5 - 9 Junho - 72
Douzièmes Journées de L'Hydraulique Tema: Hydrotechnique des Liquides Industriels: 1 L'Eau a Moyenne et a Haute Temperature 2 Métaux Liquides 3 Fluides Cryogéniques et Frigorigènes 4 Solutions Salines, Suspensions Diverses, Produits Pateux 5 Liquides Organiques	Paris, 6 - 9 Junho - 72 199, Rue Grenelle, Paris (7°), França
Industrial Finishing and Anti - Corrosion Exhibition	Londres, 6 - 9 Junho - 72 3 - 4 Clemens Inn, Strand, London WC. 2, Inglaterra
2.° Salão Internacional da Embalagem Swisspack - 72	6 - 10 Junho 72, Bâle (Suiça) Messesekretariat CH - 4000, Basel 21 Schweiz
12.as Jornadas de Hidráulica	Paris, 6 - 10 Junho - 72 199, R. Grenelle, Paris (7.°) França
11.° Congresso Fatipec (Federação das Associações de Técnicos da Indústria de Tintas da Europa Continental)	Florença, 6 - 11 Junho - 72
Application Pratique sur Chantier, de la Méthode, des Reservations Instantanées, Quelques Experiences Pilotes	Paris, 8 Junho - 72 ITBTP
Exposição da Indústria do Calçado	Atlantic City, 8 - 10 Junho - 72
Exposição Internacional de Plásticos	Oyonnax, 12 - 18 Junho - 72 França
5.° Congrès Mundial IFAC (international Federation of Automatic Control)	Paris, 12 - 17 Junho - 72 Centre Universitaire Dauphine, 75 Paris 16
Salon International des plástiques et du Coautchouc	Oyonnax, 12 - 18 Junho - 72
EDS - 72; 2.ª Exposição sobre o Design na Engenharia	Londres, 13 - 16 Junho - 72 Embaixada - Britânica

robustez começa com TOYOTA

A linha industrial TOYOTA
(empilhadores, tractores de reboque
e pás carregadoras)
beneficia de **garantia total TOYOTA**
pois é integralmente fabricada pela
TOYOTA

Empilhadores com poder de elevação
desde 700 kg a 10 toneladas
Assistência técnica, serviço e peças
em todo o País.

CONSULTAS — **SALVADOR CAETANO, SARL**
VILA N. GAIA — Quilómetro 1, E. N. 222 — Tels.: 98 27 53 e 98 29 92
LISBOA — Av. da República, 45, 7.º-Esq. — Tels.: 76 21 33 e 77 32 88

TOYOTA — uma força nova para a indústria

FANAFEL

FÁBRICA NACIONAL DE FELTROS INDUSTRIAIS
SOCIEDADE LIMITADA

TELEF. 5 20 91/2/3 — OVAR - PORTUGAL — TELEG. FELTROS

FELTROS TECIDOS
TECIDOS FILTRANTES E INDUSTRIAIS

de fibras naturais ou sintéticas, puras ou em mistura
em qualquer formato e dimensão
para

Indústria papeleira
Pastas para papel
Fibrocimento
Curtumes
Industriais têxteis
Estamparia
Acabamentos
Lavandarias
Hospitais e Hotéis
Lonas em sintético

Correias transportadoras
Indústrias químicas
Filtração de água
Cervejas
Refrigerantes
Lacticínios
Azeite e produtos oleosos
Produtos gordurosos
Geleias

Vinhos
Açúcar
Farinhas alimentares
Sabões e detergentes
Cerâmicas
Captação e recuperação de poeiras
Despoeiragens
Tubos de ventilação
etc., etc., etc.

OS NOSSOS SERVIÇOS TÉCNICOS ESTÃO SEMPRE À VOSSA INTEIRA DISPOSIÇÃO PARA ESTUDAR QUALQUER PROBLEMA DE TECIDOS INDUSTRIAIS

Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações, L.da

(SONDADORA)

SONDAGENS geológicas e geotécnicas — CAPTAÇÕES de águas subterrâneas — REBAIXAMENTOS do nível freático — CONSOLIDAÇÕES E ESTABILIZAÇÃO do solo — INJECÇÕES DE CIMENTO e outros produtos — INFRAESTRUTURAS de barragens, túneis e pontes — FUNDAÇÕES de todos os tipos

Única Empresa da especialidade com sede no Ultramar Português

DELEGAÇÃO - LISBOA
Tr. do Guarda Mór, 13-r/c
Tel. 32 46 93 e 21 32 56

SEDE - LUANDA
R. Francisco Newton, 389/393
C. P. 2178 - Tel. 81 89 7

MOÇAMBIQUE
L. Marques - C.P. 982 - Tel. 74 11 21
Beira - C. P. 1002 - Tel. 7 14 97

C. D. U. 620.17

ANÁLISE ELÁSTICA DE UMA PLACA CIRCULAR COM FURO CENTRAL SUBMETIDA A UMA CARGA TRANSVERSAL UNIFORME AO LONGO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA

H. L. G. PINA
Dep. Engenharia Mecânica
Instituto Superior Técnico
NEEM — IAC

RESUMO

O presente trabalho pretende resolver o problema elástico para uma placa circular carregada ao longo de uma circunferência por uma carga transversal uniformemente distribuida. Os resultados são comparados com os da teoria dos aneis compactos e a zona de validade desta é determinada. São apresentados coeficientes para o cálculo das placas em consideração, para algumas geometrias.

ABSTRACT

The present paper intends to solve the elastic problem for a circular plate loaded along a circle by a uniformly distributed transverse load. Comparison with the results of a compact ring approach is presented and the respective error is computed. Coefficients for the design of such plates are given for some geometries.

0. NOTAÇÃO

a_e — raio exterior da placa
a_i — raio interior da placa
a_p — raio de aplicação da carga
$b' = \log b_{pi} + 1$
$b'' = q \log b_{pi} + q'$

$$b_{ei} = \left(\frac{a_e}{a_i}\right)^2$$

$$b_{ep} = \left(\frac{a_i}{a_p}\right)^2$$

$$b_{pi} = \left(\frac{a_p}{a_i}\right)^2$$

C_1, C_2, C_3, C_4 e C_5 — constantes de integração

$$D = \frac{Et^3}{12\,(1-\nu^2)}$$ — rigidez de flexão

E — módulo de Young
M_r — momento radial (por unidade de comprimento)
M_t — momento tangencial(por unidade de comprimento)
M_{tr} — momento no anel compacto (por unidade de comprimento)
P — Carga transversal

$$q = \frac{1+\nu}{1-\nu}$$

$q' = 2q + 1$
Q — carga transversal (por unidade de comprimento)
r — coordenada radial
t — espessura da placa
w — deflecção da placa
w_R — deflecção do anel compacto
ν — coeficiente de Poisson

Artigo recebido em 1-6-971

1. INTRODUÇÃO

A solução do problema elástico para uma placa circular com furo central actuada por uma força transversal uniformemente distribuida ao longo de uma circunferência é investigada. A fig. 1 mostra a geometria contemplada.

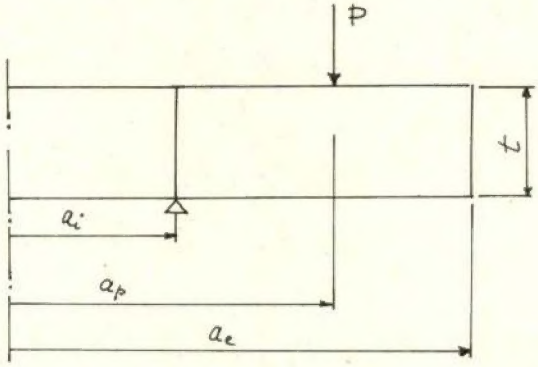


Fig. 1

A placa está simplesmente apoiada em $r = a_i$. A carga transversal é P que provoca um esforço transverso (por unidade de comprimento) $(Q)_{ae} = \dfrac{P}{2\pi a_e}$

2. As equações fundamentais das placas circulares são, [1], (alguns sinais foram mudados por conveniência)

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left\{r\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dw}{dr}\right)\right]\right\} = 0 \qquad (2.1\ a)$$